



UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL NORTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS GEOLÓGICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y MINAS



## **Modelación operacional de celda neumática del proceso de flotación inversa de hierro de Planta Magnetita - CMP**

**Autor:** José Ignacio Cortés Sepúlveda  
Ingeniero Civil Metalúrgico  
Mg. (c) en Geometalurgia

*“Ciclo de charlas de graduados en metalurgia de  
universidades chilenas” – IMET Chile*



**21 de Diciembre de 2020, Chile**

## **ÍNDICE DE CONTENIDOS**

- 1. Introducción.**
- 2. Marco teórico.**
- 3. Desarrollo experimental.**
- 4. Resultados.**
- 5. Conclusiones.**
- 6. Bibliografía.**

1

# INTRODUCCIÓN

## 1.1. INTRODUCCIÓN



**Figura 1. Vista aérea de la Planta Magnetita (CAP Minería, 2018b).**



**Figura 2. Trazado concentraducto Planta Magnetita (CAP Minería, 2018b).**



**Figura 3. Puerto Punta Totalillo (CAP Minería, 2018b).**

## 1.2. OBJETIVOS

5

### Objetivo general:

- Modelar proceso en celda de flotación inversa de planta concentradora de hierro.

### Objetivos específicos:

- Recopilar información bibliográfica sobre principales variables operacionales, propiedades de la concentración de minerales por flotación y metodologías de muestreo.
- Ejecutar campañas de muestreo para diferentes condiciones de las variables y escenarios de operación.
- Elaborar modelos de predicción por índice metalúrgico para el funcionamiento de la celda neumática.





### 1.3. ÁREA DE PROCESO DE PLANTA MAGNETITA

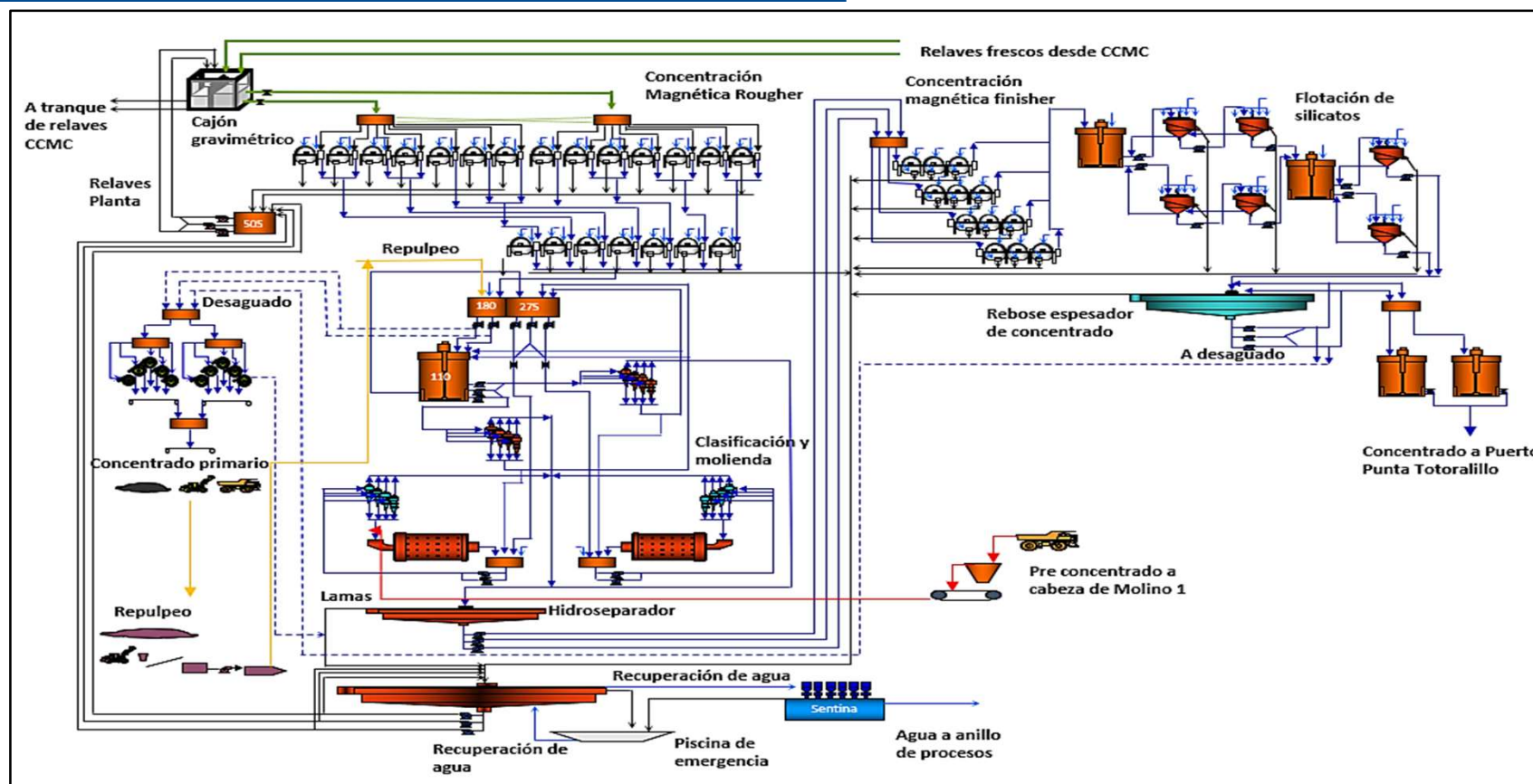
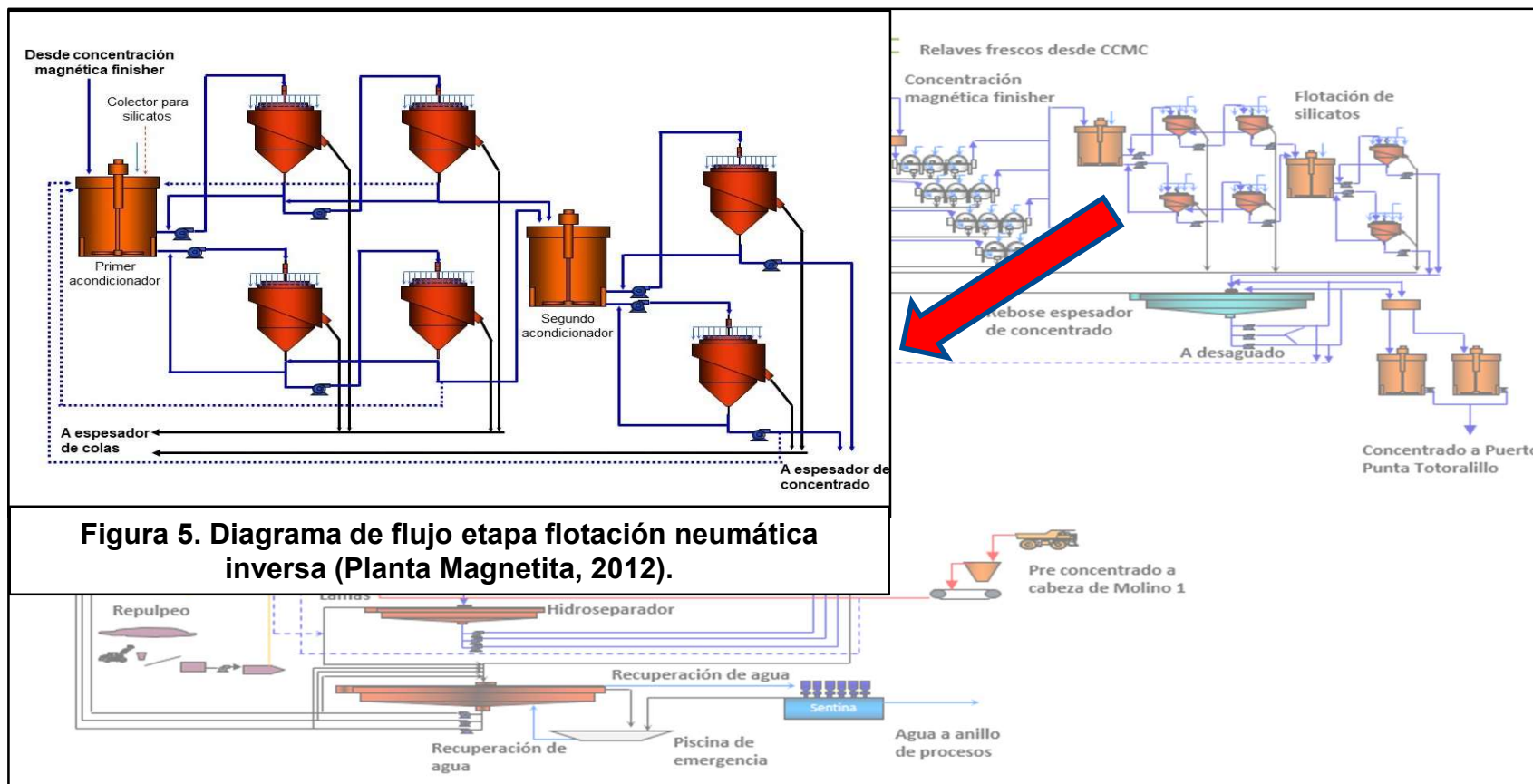


Figura 4. Diagrama de flujo Planta Magnetita (Planta Magnetita, 2012).

### 1.3. ÁREA DE PROCESO DE PLANTA MAGNETITA



**Figura 5. Diagrama de flujo etapa flotación neumática inversa (Planta Magnetita, 2012).**

**Figura 4. Diagrama de flujo Planta Magnetita (Planta Magnetita, 2012).**

2

MARCO TEÓRICO



## 2.1. FLOTACIÓN DE MINERALES OXIDADOS DE HIERRO

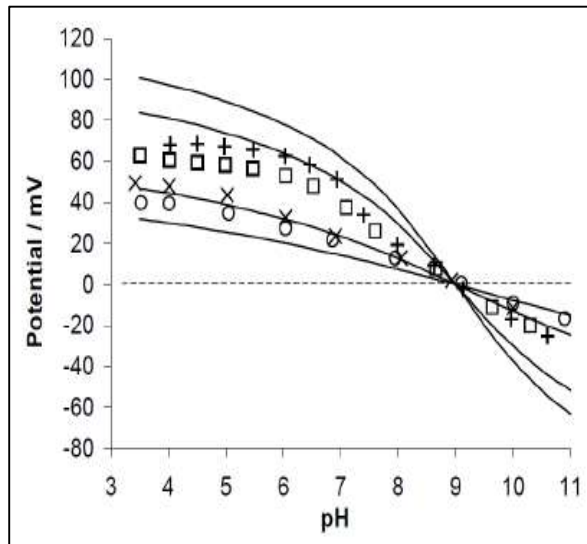


Figura 6. Puntos isoelectrónicos para óxidos de hierro (Gutiérrez, 2018).

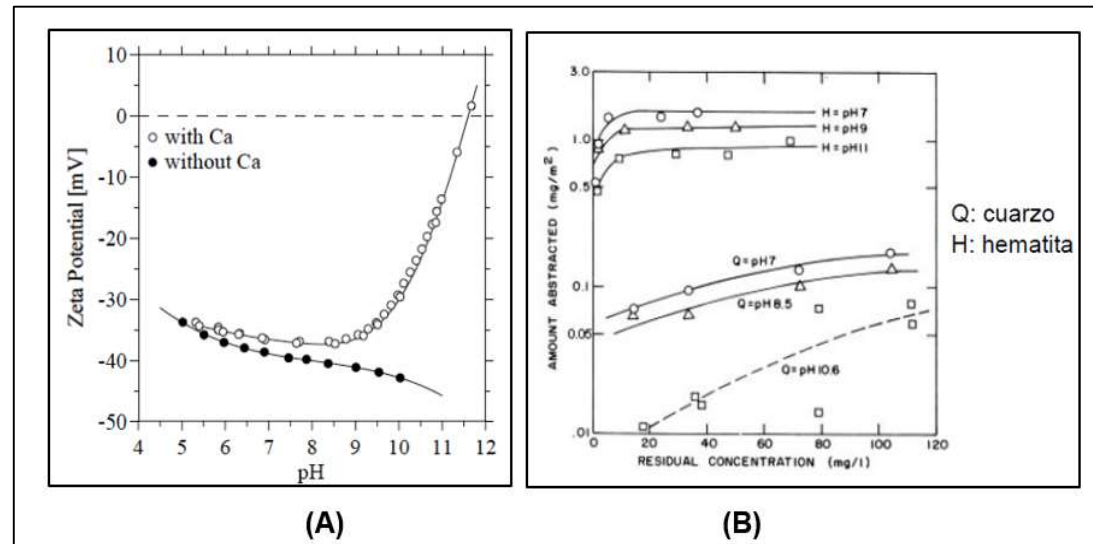


Figura 7. (A) Potencial zeta en función del pH con la utilización de sales de calcio para activar la sílice. (B) Adsorción de almidón sobre hematita y sílice (Pawlik, 2009).

## 2.2. MODELACIÓN CON APRENDIZAJE AUTOMÁTICO (MACHINE LEARNING)

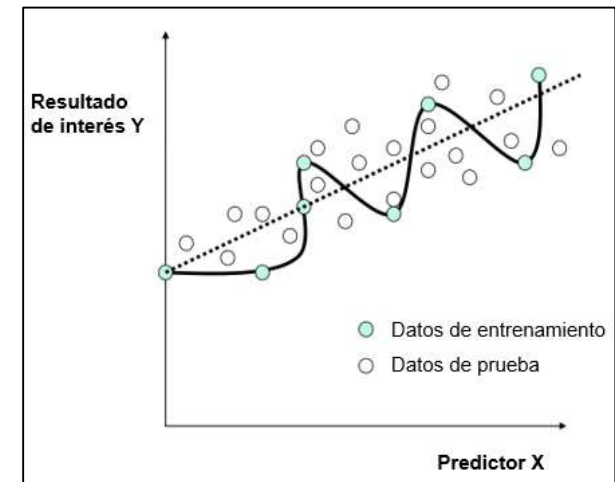
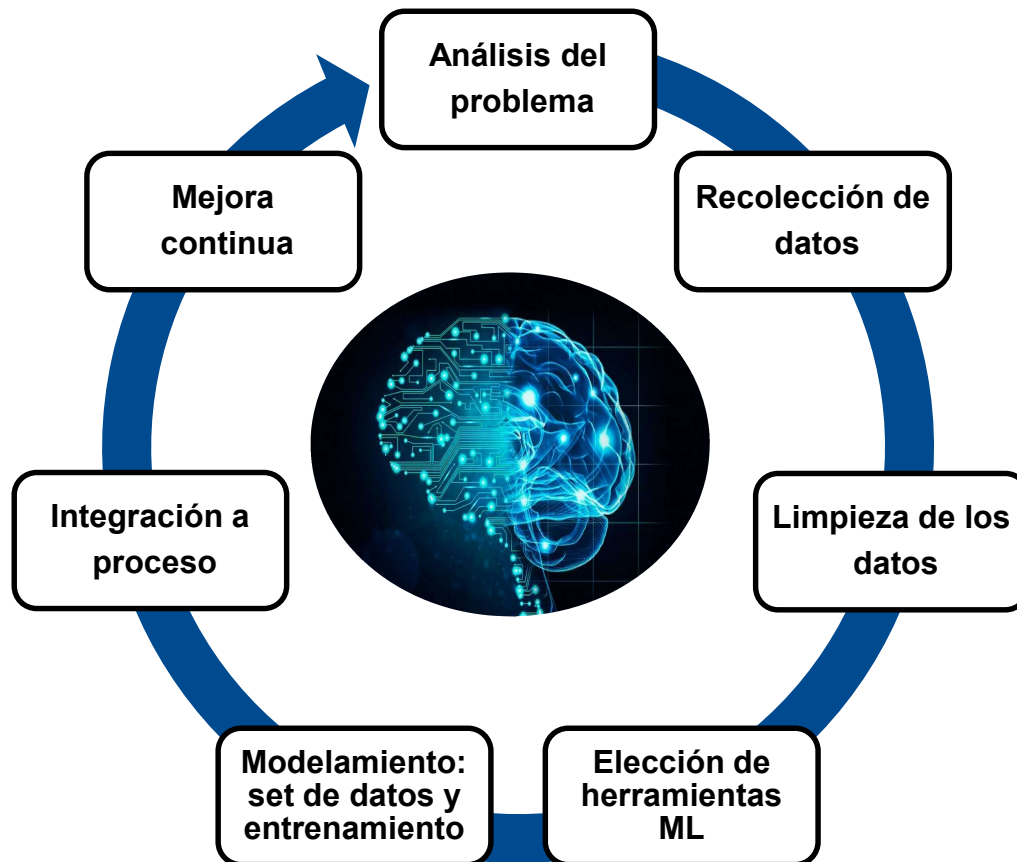


Figura 8. Sobreajuste del modelo (McClarren, 2018).

## 2.3. ALGORITMOS DE MODELACIÓN UTILIZADOS

11



Regresión  
lineal  
múltiple

Bagging

Árbol de  
decisión

Random  
Forest

Poda del  
árbol de  
decisión

Boosting

3

**DESARROLLO EXPERIMENTAL**

### 3.1. EQUIPO

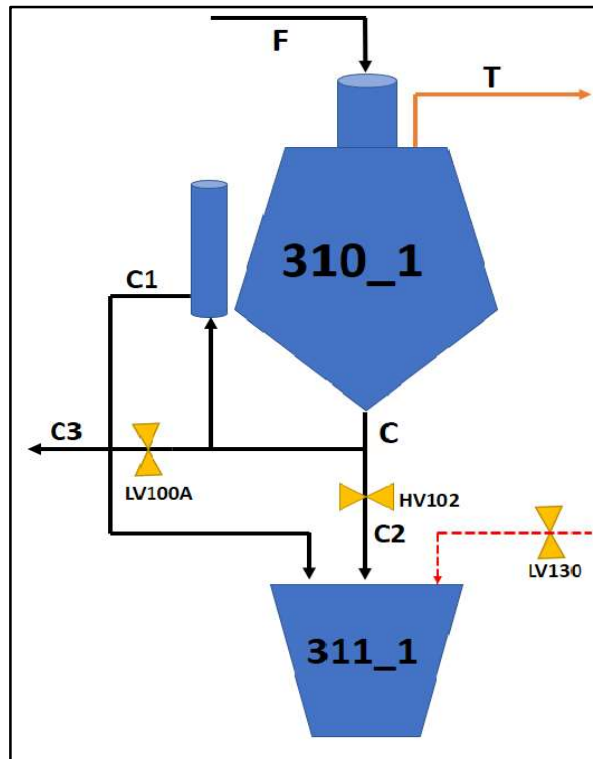


Figura 9. Diagrama celda de flotación (Elaboración propia).

**F:** flujo de alimentación (flujo bomba) =  $C3 + F_{\text{FRESCO}}$ .

**$F_{\text{FRESCO}}$ :** flujo desde acondicionador alimentado a celda =  $F - C3$ .

**T:** flujo de colas.

**C:** flujo de concentrado =  $C1 + C2 + C3$ .

**C1:** flujo de concentrado desde cuello cisne.

**C2:** flujo de concentrado directo desde descarga a sumidero.

**C3:** flujo de concentrado recirculado.

- Celda marca KHD-Humboldt Wedag, modelo PNEUFLOT M-FV50NS del tipo autoaspirante
- Diámetro interior 5,6 (m), altura 9,43 (m) y volumen útil aproximado 65 (m<sup>3</sup>).

## 3.2. ACTIVIDADES PREVIAS A LA CARACTERIZACIÓN DE LA CELDA

### Estimación flujo fresco

- Independizar el flujo.
- Mediciones con flujómetro portátil.

### Validación dosificación de colector

- Estudio de extremos de dosificación.
- Validación respecto a SSCC.

### Chequeo instrumentación

- Seguimiento antes de cada actividad.
- Tolerancia:
  - Flujómetro 10%,
  - Densímetro 3%.

### Sesgo de muestreo alimentación y concentrado

- Se proponen nuevos puntos de toma de muestra.
- Método A y B ISO3086:2006.

**Tabla 1. Estimación flujo fresco: condiciones e información a recopilar en las mediciones.**

| Variable                        | Condición      |
|---------------------------------|----------------|
| %Apertura válvula recirculación | 0 – 20%        |
| %Apertura válvula descarga      | 0 – 20%        |
| Nivel acondicionador (%)        | Alto (L > 80%) |
|                                 | Bajo (L < 40%) |

**Tabla 2. Validación dosificación de colector: condiciones de dosificación estudiadas.**

| Condición | Dosificación de colector (g/t) | Dosificación de colector (L/min) |
|-----------|--------------------------------|----------------------------------|
| <b>A</b>  | 60                             | 4                                |
| <b>B</b>  | 130                            | 15                               |





### 3.3. CARACTERIZACIÓN DE LA CELDA



**Precisión del muestreo, la preparación de las muestras y la medición**

**Variación de calidad**

**Campañas de muestreo industriales**

**Toma de muestra**

**Análisis de laboratorio**

**Mediciones en terreno**

### 3.4. MODELACIÓN Y VALIDACIÓN

#### Modelación

- Escenarios en función del número de variables predictoras y el número de observaciones consideradas para la elaboración y prueba del modelo.
- Se obtienen 4 modelos por índice metalúrgico.

#### Validación

- Validar modelos preliminares con datos de tercera campaña de muestreo.
- Relacionar RMSE de la predicción con la validación para el mismo conjunto de variables predictoras y se define modelo con menor RMSE en la validación.

**Tabla 3. Escenarios para la elaboración de los modelos por índice metalúrgico.**

| Conjunto de variables | Conjunto de observaciones |     |
|-----------------------|---------------------------|-----|
|                       | 70/30                     | 100 |
| Conjunto 1            | X                         | X   |
| Conjunto 2            | X                         | X   |

4

RESULTADOS

## 4.1. ACTIVIDADES PREVIAS A LA CARACTERIZACIÓN DE LA CELDA: ESTIMACIÓN FLUJO FRESCO Y VALIDACIÓN DOSIFICACIÓN DE COLECTOR

$$\text{Flujo másico fresco} \left( \frac{t}{h} \right) = \left( 153,8 * \%Sólido + 1,126 * \text{Flujo bomba} \left( \frac{m^3}{h} \right) - 151,4 \right) * \%Sólido * \frac{\text{Densidad pulpa} \left( \frac{Kg}{m^3} \right)}{1000} \quad (Ec. 1)$$

$$\text{Flujo másico fresco} \left( \frac{t}{h} \right) = \left( (0,0003 * (\%válvula \text{ recirculación} - 1)^2) - (0,0083 * \%válvula \text{ recirculación} - 1) + 1,0171 \right) * \text{Flujo bomba} \left( \frac{t}{h} \right) \quad (Ec. 2)$$

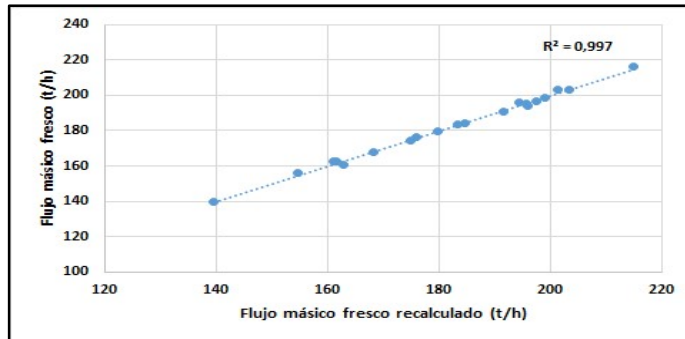


Figura 10. Flujo másico fresco obtenido desde mediciones en terreno en función del flujo másico recalculado a partir de modelos obtenidos.

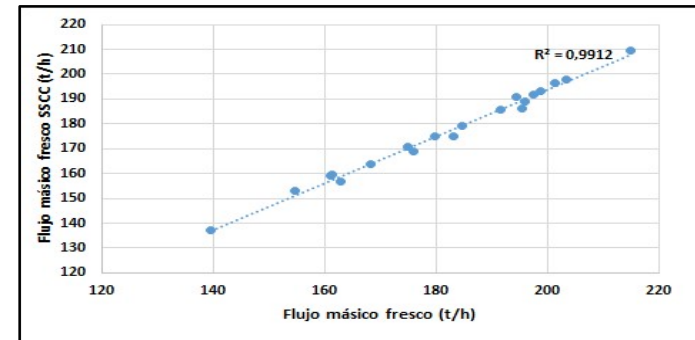


Figura 11. Flujo másico fresco calculado con modelo SSCC en función de flujo másico obtenido desde mediciones en terreno.

Tabla 4. Resultados obtenidos pruebas de dosificación de colector.

| Prueba | Dosificación colector promedio (L/min) |                |
|--------|----------------------------------------|----------------|
| A      | 4,03                                   |                |
| B      | 15,29                                  |                |
| Prueba | Diferencia (L/min)                     | Error relativo |
| A      | 0,030                                  | 0,75%          |
| B      | 0,285                                  | 1,90%          |

## 4.1. ACTIVIDADES PREVIAS A LA CARACTERIZACIÓN DE LA CELDA: SESGO DE MUESTREO ALIMENTACIÓN Y CONCENTRADO

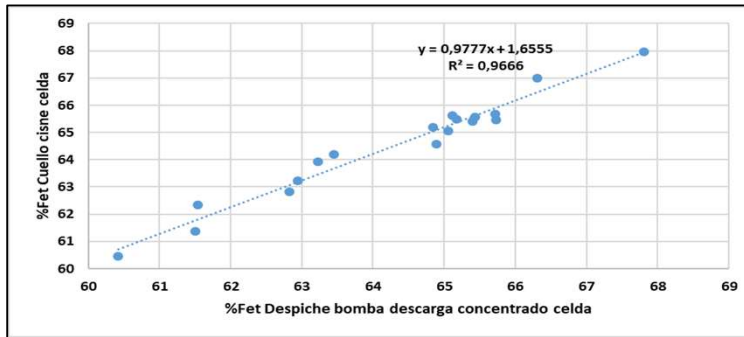


Figura 12. Contenido %FeT del concentrado desde cuello cisne celda en función del despiche bomba descarga concentrado de la celda.

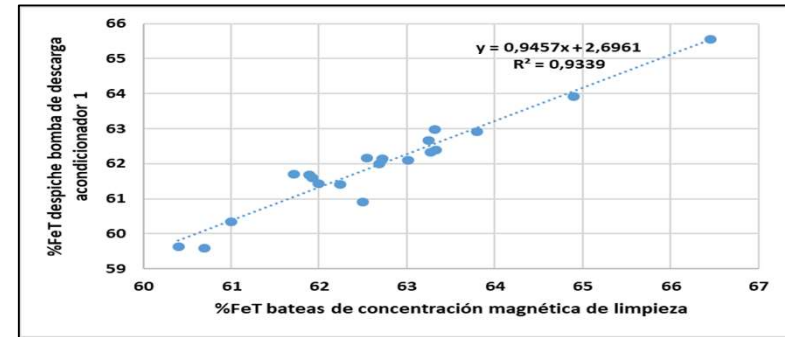


Figura 13. Contenido %FeT de la alimentación desde despiche bomba descarga acondicionador 1 en función de bateas de concentración magnética de limpieza (dos datos excluidos).

Tabla 5. Estadísticas de pruebas para el concentrado y límites intervalo de confianza.

| $G_k$ | $G_1$ | $G_k > G_1$ | $V_c$ | $V_c > G_k$ | LL    | UL   |
|-------|-------|-------------|-------|-------------|-------|------|
| 1,516 | 1,469 | 1,516       | 2,651 | 2,651       | -0,14 | 0,14 |

Tabla 6. Estadísticas de pruebas para la alimentación (dos datos excluidos) y límites intervalo de confianza.

| $G_k$ | $G_1$ | $G_k > G_1$ | $V_c$ | $V_c > G_k$ | LL    | UL   |
|-------|-------|-------------|-------|-------------|-------|------|
| 2,577 | 1,870 | 2,577       | 2,709 | 2,709       | -0,14 | 0,14 |

$$Ley_{real\ despiche\ Alimentación\ y\ concentrado} = 0,9777 * Ley_{despiche} + 1,6555 \text{ (Ec. 3)}$$

$$Ley_{real\ alimentación} = 0,9246 * Ley_{Bateas\ concentración\ magnética\ de\ limpieza} + 4,2915 \text{ (Ec. 4)}$$

## 4.2. CARACTERIZACIÓN DE LA CELDA: PRECISIÓN GENERAL Y VARIACIÓN DE CALIDAD

Tabla 7. Análisis general precisión del muestreo, la preparación de las muestras y la medición.

| $\bar{X}$ | $\bar{R}_1$ | $\bar{R}_2$ | $\bar{R}_3$ |
|-----------|-------------|-------------|-------------|
| 57,51     | 0,07        | 0,09        | 0,14        |

Tabla 8. Valores estimados de desviación y precisión general de muestreo, preparación y medición.

|                |        |
|----------------|--------|
| $\sigma_{SPM}$ | 0,1459 |
| $\beta_{SPM}$  | 0,2919 |

Tabla 9. Valor de varianza y  $\bar{R}_3$ .

|             |         |
|-------------|---------|
| $\bar{R}_3$ | 0,14475 |
| Varianza    | 0,00823 |

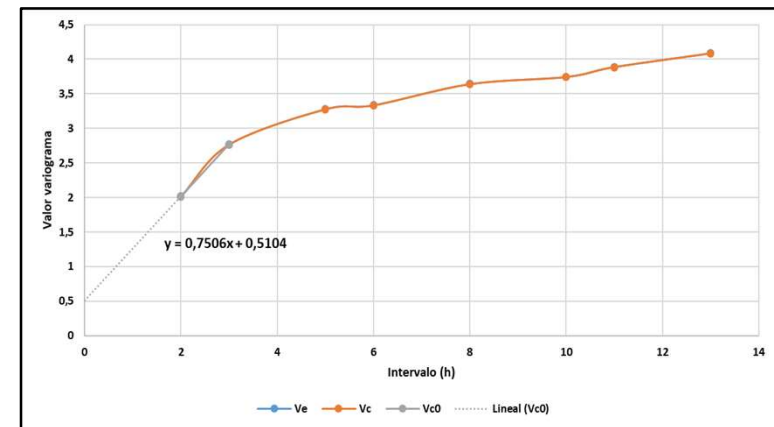


Figura 14. Variograma experimental y corregido para %FeT de alimentación a flotación y tendencia lineal para primeros dos intervalos de variograma corregido.

Tabla 10. Estimación de variación de calidad de alimentación del proceso de flotación por medio método variográfico.

| $V_0$  | B      | $\hat{\sigma}_w$ | $n_1$ teórico | $n_1$ experimental |
|--------|--------|------------------|---------------|--------------------|
| 0,5104 | 0,7506 | 0,9341           | 13            | 20                 |

## 4.2. CARACTERIZACIÓN DE LA CELDA: CAMPAÑAS DE MUESTREO

Tabla 11. Representatividad e impacto de las variables en índices metalúrgicos a partir de información recopilada en la primera campaña de muestreo.

| Índice | Variable                    | Representatividad (%) | Impacto índice |
|--------|-----------------------------|-----------------------|----------------|
| %Rp    | pH                          | 55,92                 | 7,75           |
|        | Dosificación colector (g/t) | 41,81                 | 2,70           |
| K      | pH                          | 55,92                 | 0,13           |
| I.E    | Presión cabezal (psi)       | 43,58                 | 0,03           |
|        | pH                          | 55,92                 | 0,02           |
|        | Dosificación colector (g/t) | 76,97                 | 0,02           |
|        | Nivel acondicionador (%)    | 99,29                 | 0,03           |
| %Rm    | %Válvula recirculación      | 88,40                 | 3,00           |
|        | pH                          | 55,92                 | 4,80           |
|        | Dosificación colector (g/t) | 41,81                 | 2,30           |
|        | Flujo fresco (m³/h)         | 52,34                 | 5,00           |
|        | Flujo recirculado (m³/h)    | 98,50                 | 1,32           |

Tabla 12. Rangos a estudiar para variables con mayor incidencia para alcanzar un 80% de representatividad de la operación normal de la celda en estudio.

| Variable                       | Mínimo | Máximo |
|--------------------------------|--------|--------|
| Flujo fresco alimentado (m³/h) | 582    | 660    |
| pH                             | 9,4    | 10,2   |
| Dosificación colector (g/t)    | 73     | 110    |
| Presión cabezal (psi)          | 46,78  | 51     |





### 4.3. MODELACIÓN: SELECCIÓN DE VARIABLES PREDICTORAS

Tabla 13. Primer y segundo conjunto de variables predictoras por índice metalúrgico para la elaboración de los modelos.

| Variable                             | Rp-C1 | Rp-C2 | Rm-C1 | Rm-C2 | I.E-C1 | I.E-C2 | K-C1 | K-C2 |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|------|------|
| Válvula descarga (%)                 | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| Válvula recirculación (%)            | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| Presión cabezal (psi)                | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| pH                                   | -     | -     | X     | X     | -      | -      | -    | -    |
| Dosificación colector (g/t)          | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| Fino alimentado (t/h)                | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| Nivel acondicionador (%)             | X     | X     | X     | X     | -      | -      | X    | X    |
| GER Alimentación                     | X     | -     | X     | -     | X      | -      | X    | -    |
| Flujo bomba alimentación (m3/h)      | -     | -     | -     | -     | X      | X      | -    | -    |
| Flujo fresco alimentación (m3/h)     | X     | X     | -     | -     | X      | X      | X    | X    |
| Flujo fresco alimentación (t/h)      | -     | -     | -     | -     | X      | X      | -    | -    |
| Flujo concentrado recirculado (m3/h) | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| Proporción flujo recirculado (%)     | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| GER Concentrado                      | X     | -     | X     | -     | X      | -      | X    | -    |
| Flujo concentrado (m3/h)             | X     | -     | X     | -     | X      | -      | X    | -    |
| Flujo concentrado (t/h)              | X     | -     | -     | -     | X      | -      | -    | -    |
| %FeT C                               | X     | -     | X     | -     | X      | -      | X    | -    |
| %Sólido equilibrio                   | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| TON Finisher (t/h)                   | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| Dosificación colector (L/min)        | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| Consumo colector (kg/h)              | X     | X     | X     | X     | X      | X      | X    | X    |
| NÚMERO DE VARIABLES                  | 18    | 13    | 17    | 13    | 19     | 14     | 17   | 13   |

### 4.3. MODELACIÓN: REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE

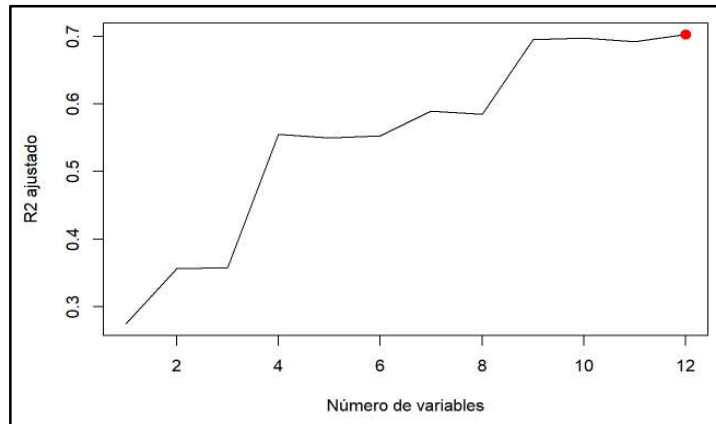


Figura 15. Selección del número de variables por medio del  $R^2$  ajustado.

$$\begin{aligned}
 I.E &= 9,568 \times 10^{-1} - 3,698 \times 10^{-4} * F.Fresco Alimentación \left( \frac{t}{h} \right) \\
 &+ 2,03 \times 10^{-4} * TON Finisher \left( \frac{t}{h} \right) + 8,471 \times 10^{-4} \\
 &* Consumo colector \left( \frac{kg}{h} \right) (Ec. 5)
 \end{aligned}$$

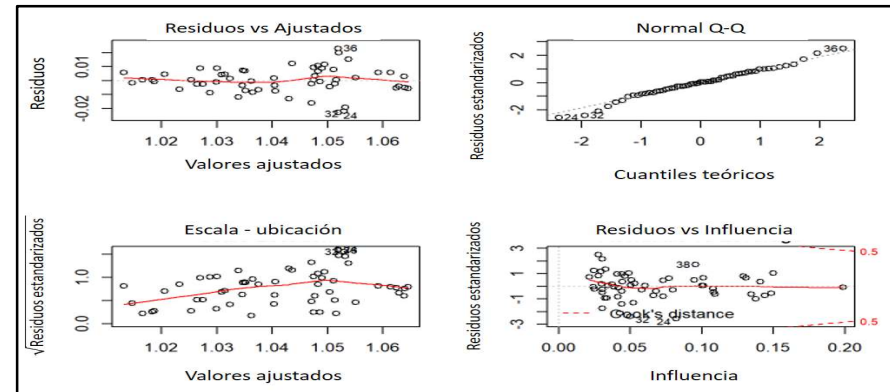


Figura 16. Gráficos de residuos modelo regresión lineal múltiple.

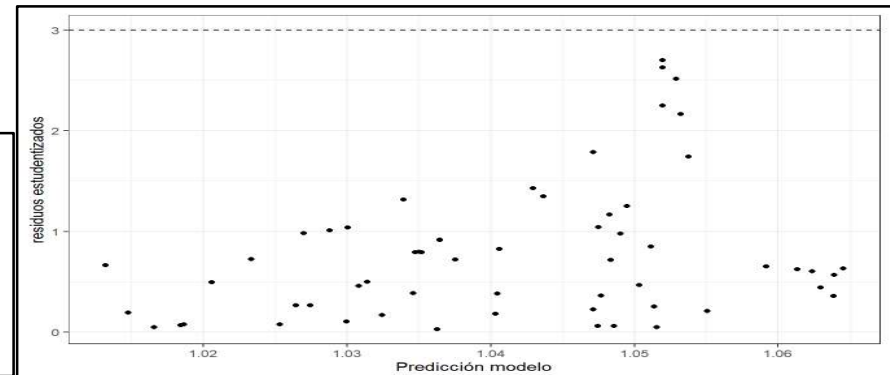


Figura 17. Distribución de los residuos estudentizados modelo regresión lineal múltiple.

## 4.3. MODELACIÓN: ÁRBOL DE DECISIÓN Y PODA DEL ÁRBOL DE DECISIÓN

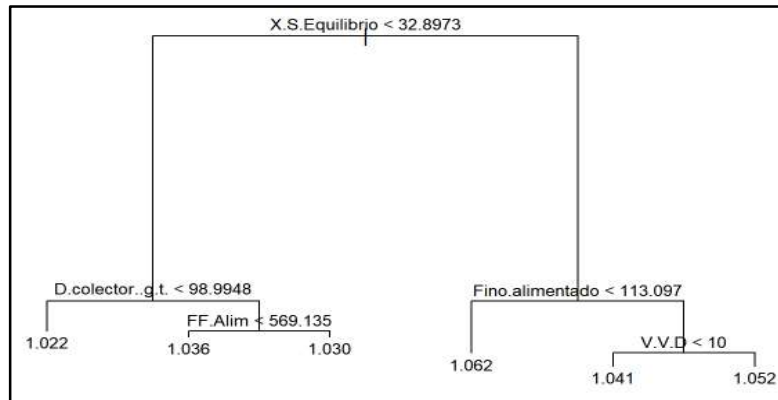


Figura 18. Árbol de decisión.

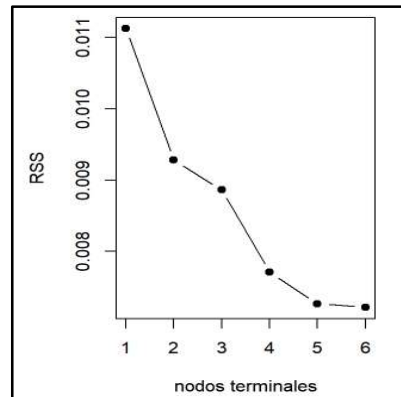


Figura 19. Error de prueba en función de los nodos terminales.

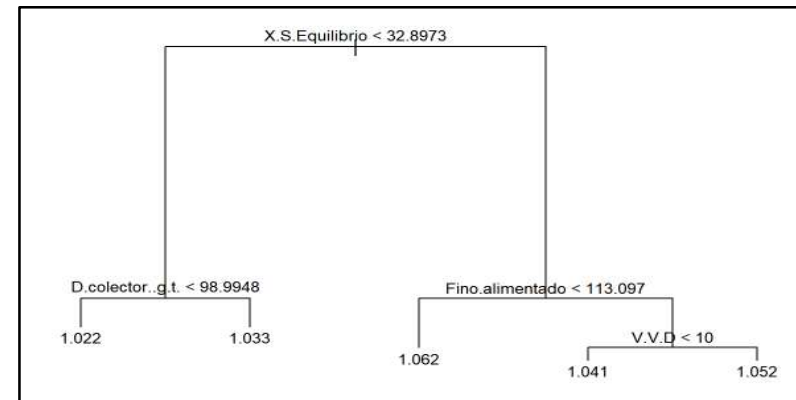


Figura 20. Poda del árbol de decisión.

### 4.3. MODELACIÓN: BAGGING Y RANDOM FOREST

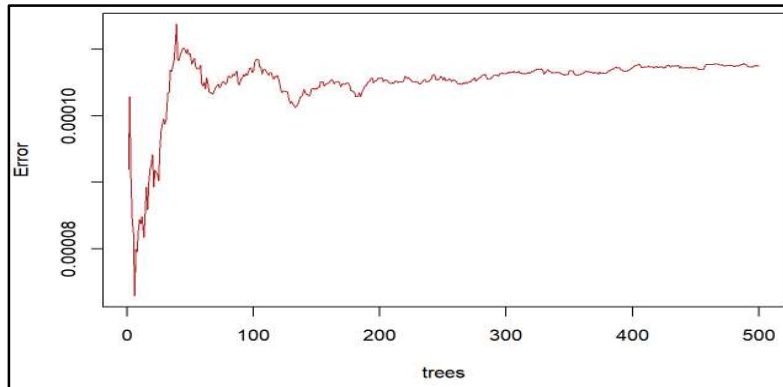


Figura 21. Evolución del error cuadrático respecto al número de árboles Bagging.

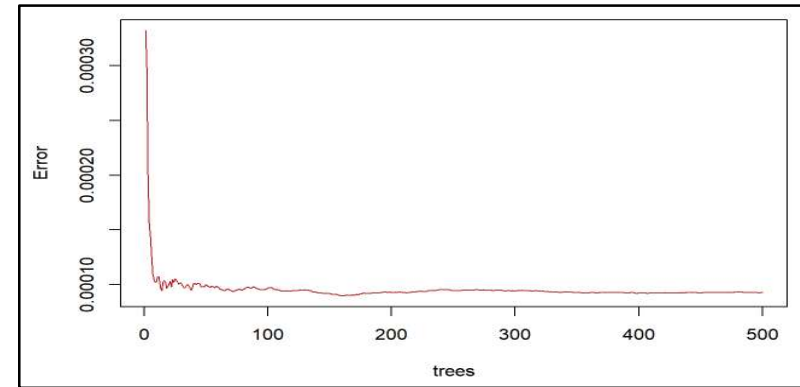


Figura 23. Evolución del error cuadrático respecto al número de árboles Random Forest.

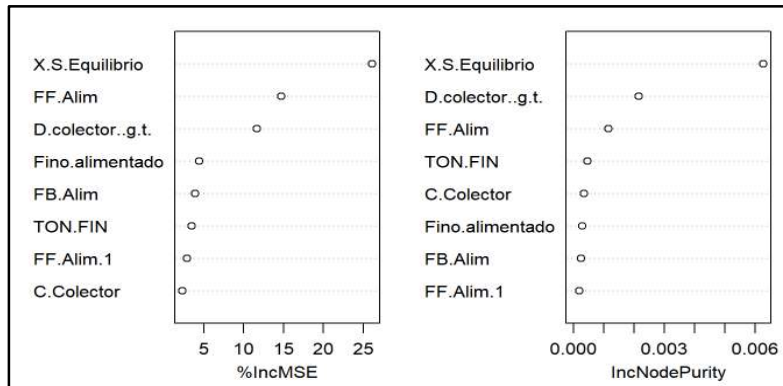


Figura 22. Importancia de los predictores, Bagging.

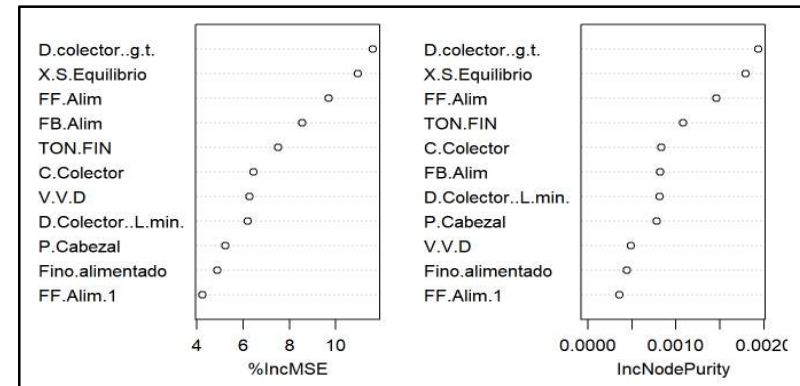
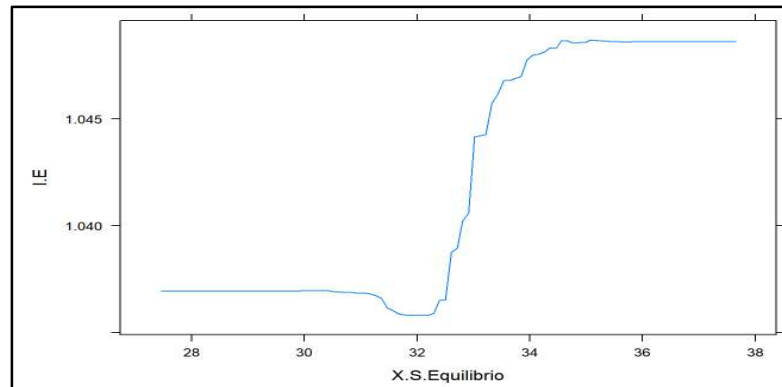
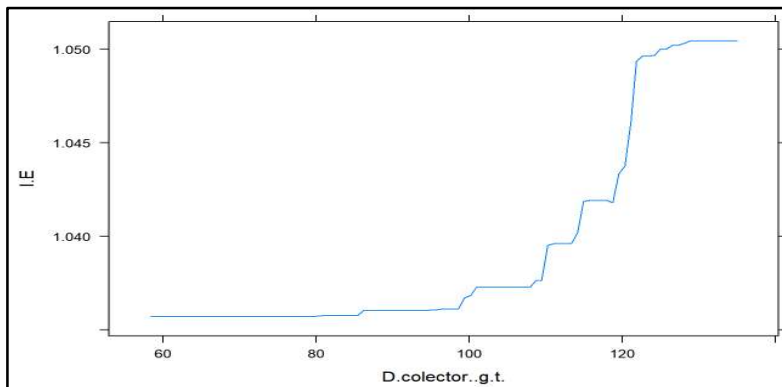


Figura 24. Importancia de los predictores, Random Forest.

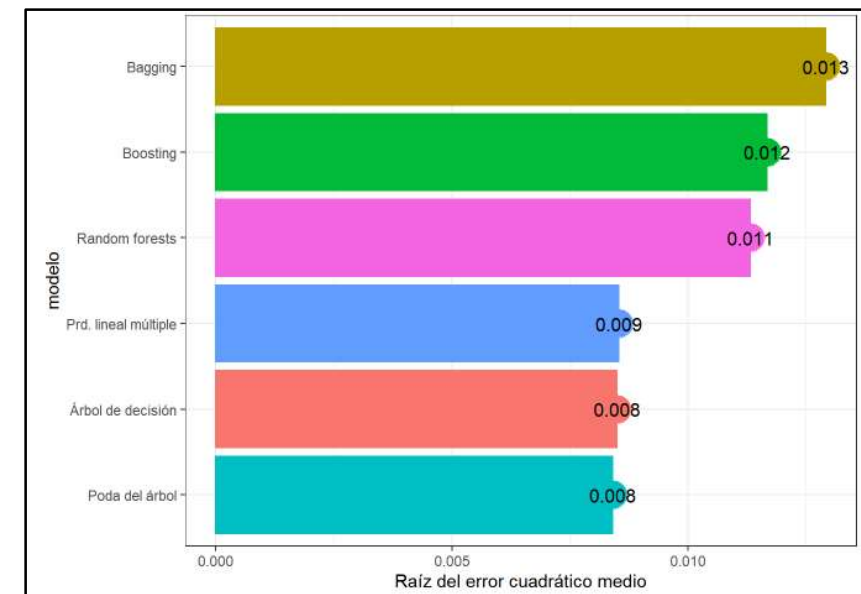
### 4.3. MODELACIÓN: BOOSTING Y RMSE DE TODOS LOS MODELOS



**Figura 25. Índice de enriquecimiento en función del %sólido equilibrio, Boosting.**



**Figura 26. Índice de enriquecimiento en función de la dosificación de colector (g/t), Boosting.**



**Figura 27. Raíz del error cuadrático medio de cada uno de los modelos estudiados para la predicción del índice de enriquecimiento.**

## 4.4. VALIDACIÓN: ÍNDICE DE ENRIQUECIMIENTO Y RAZÓN DE CONCENTRACIÓN

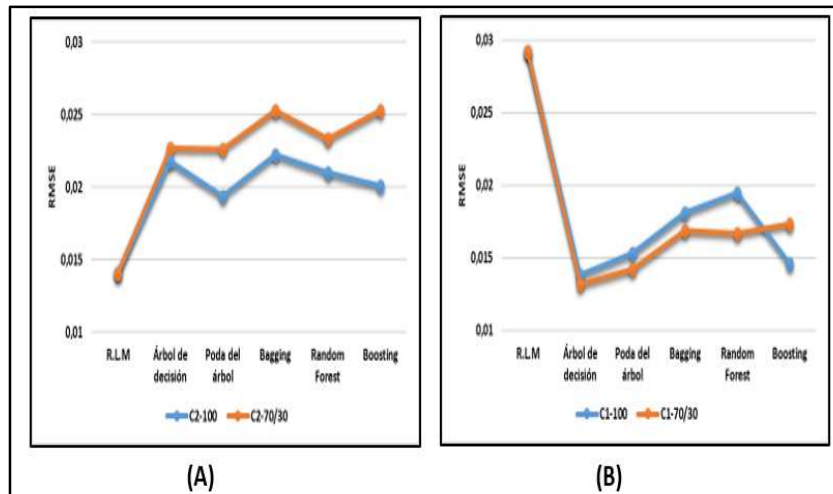


Figura 28. RMSE de la validación de los modelos para I.E.: (A) C2-70/30 y C2-100. (B) C1-70/30 y C1-100.

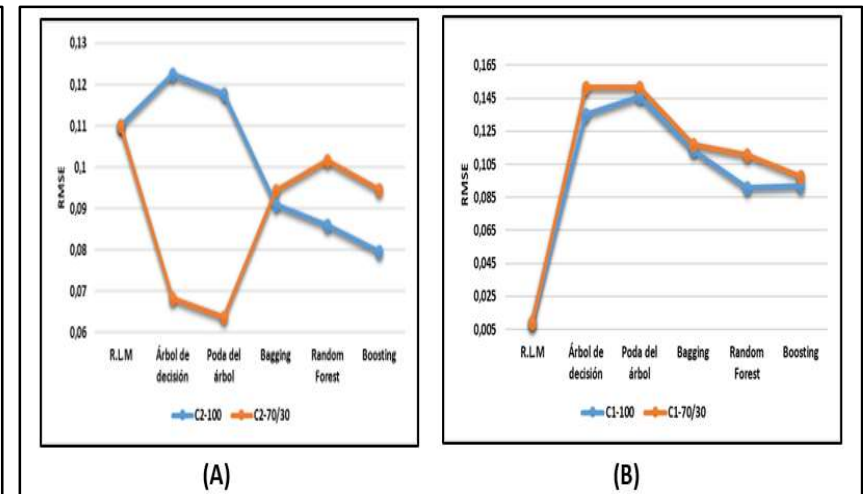


Figura 29. RMSE de la validación de los modelos para K: (A) C2-70/30 y C2-100. (B) C1-70/30 y C1-100.

## 4.4. VALIDACIÓN: RECUPERACIÓN METALÚRGICA Y RECUPERACIÓN EN PESO

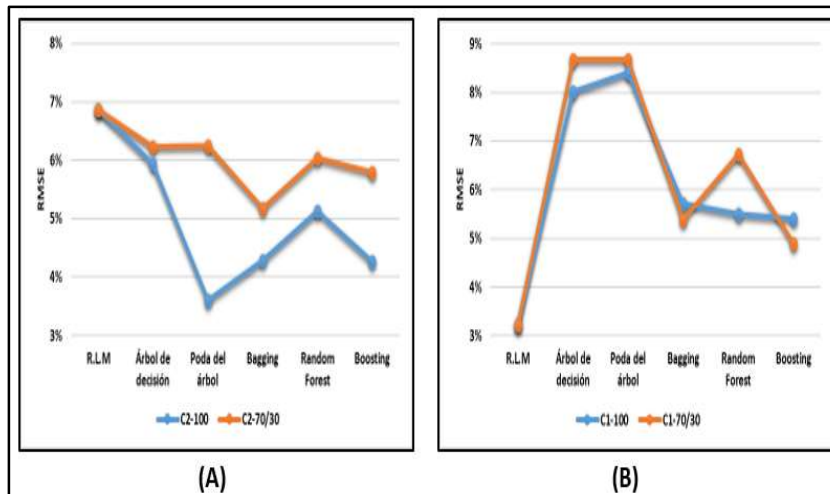


Figura 30. RMSE de la validación de los modelos para  $R_m$ :  
(A) C2-70/30 y C2-100. (B) C1-70/30 y C1-100.

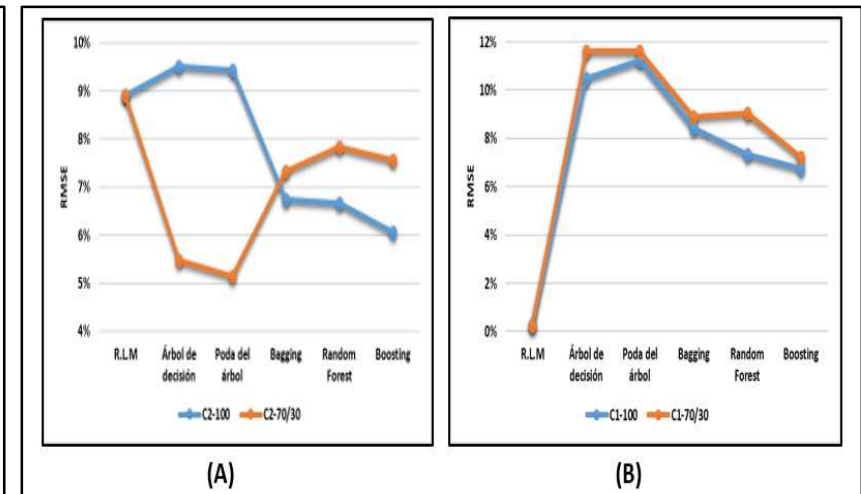


Figura 31. RMSE de la validación de los modelos para  $R_p$ :  
(A) C2-70/30 y C2-100. (B) C1-70/30 y C1-100.



## 4.5. MODELOS OBTENIDOS POR ÍNDICE METALÚRGICO

Tabla 14. Modelos obtenidos por índice metalúrgico para cada conjunto de variables predictoras analizado.

| Índice - Conjunto       | Modelo                    | RMSE predicción | RMSE validación |
|-------------------------|---------------------------|-----------------|-----------------|
| <b>Rp - conjunto 1</b>  | Regresión lineal múltiple | 0,30%           | 0,23%           |
| <b>Rp - conjunto 2</b>  | Poda árbol de decisión    | 3,40%           | 5,14%           |
| <b>Rm - conjunto 1</b>  | Regresión lineal múltiple | 0,62%           | 3,23%           |
| <b>Rm - conjunto 2</b>  | Poda árbol de decisión    | 2,11%           | 3,61%           |
| <b>I.E - conjunto 1</b> | Árbol de decisión         | 0,0077          | 0,0132          |
| <b>I.E - conjunto 2</b> | Regresión lineal múltiple | 0,0085          | 0,0141          |
| <b>K - conjunto 1</b>   | Regresión lineal múltiple | 0,1229          | 0,009           |
| <b>K - conjunto 2</b>   | Poda árbol de decisión    | 0,0455          | 0,0636          |

# 5

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## 5.1. CONCLUSIONES

- La modelación de la celda neumática considera un **80% de representatividad** de la operación normal del proceso de flotación, manipulando las variables: apertura válvula de recirculación y descarga de la celda, flujo y porcentaje de sólidos alimentación y dosificación de colector.
- De todos los índices metalúrgicos evaluados se presenta el modelo de la **recuperación metalúrgica (Rm)**, que es el índice con mayor relevancia en el proceso de flotación, obtenido por **regresión lineal múltiple con el “Conjunto 1” de variables predictoras**, y que corresponde a:

*Rm*

$$\begin{aligned}
 &= 38,009953 + 0,823158 * \text{Presión cabezal (psi)} + 0,050154 * \text{Dosificación colector} \left( \frac{g}{t} \right) - 24,576987 * \text{GER Alimentación} \\
 &+ 0,123769 * \text{Flujo concentrado} \left( \frac{m^3}{h} \right) + 0,528775 * \%FeT C + 3,491279 * \%Sólido equilibrio - 0,155588 \\
 &* \text{TON Finisher} \left( \frac{t}{h} \right) - 0,488417 * \text{Dosificación colector} \left( \frac{L}{min} \right)
 \end{aligned}$$



## 5.1. CONCLUSIONES

- El modelo obtenido con el “**Conjunto 2**” de variables predictoras para el I.E, que se obtiene por el método de **regresión lineal múltiple**, es:

$$\begin{aligned}
 I.E \\
 = 9,568 * 10^{-1} - 3,698 * 10^{-4} * \text{Flujo fresco alimentación} \left( \frac{t}{h} \right) + 2,030 * 10^{-4} * \text{TON Finisher} \left( \frac{t}{h} \right) + 8,471 * 10^{-4} \\
 * \text{Consumo colector} \left( \frac{Kg}{h} \right)
 \end{aligned}$$

- La **regresión lineal múltiple** resulta ser la metodología con mayor participación para la predicción de los índices metalúrgicos con **desviaciones del orden de 0,002 a 0,032 RMSE**, mientras que la **poda y el árbol de decisión** son la segunda y tercera, respectivamente, metodologías con mayor participación, con **desviaciones del orden de 0,014 a 0,063 RMSE**, todos modelos potentes con alta utilidad práctica.
- No se obtienen modelos que entregasen buenas predicciones por **métodos ensambladores**, siendo estos considerados como los más potentes para predicción por aprendizaje automático, por ejemplo, para la recuperación metalúrgica (Rm), el RMSE de la regresión lineal múltiple es de 3,23%, mientras que el de *Random Forest* es de 5,49%, respecto a la validación de los modelos.

# 6

## BIBLIOGRAFÍA

## 6. BIBLIOGRAFÍA



- [1] CAP MINERÍA. 2018a. Actividades y negocios. En: Memoria anual 2018. Santiago, Chile. p. 38.
- [2] CAP MINERÍA. 2018b. Planta magnetita. [en línea]. <<http://www.capmineria.cl/capmineria/planta-magnetita/2018-09-25/111131.html#lg=1&slide=4>> [consulta: 9 marzo 2019].
- [3] CASTRO, S. 2003. Flotación: Fundamentos y Aplicaciones. Facultad de Ingeniería, Departamento ingeniería Metalúrgica, Universidad de Concepción. Concepción, Chile. p. 45. 68.
- [4] COCHILCO. 2017. Mercado internacional del hierro y el acero. Santiago, Chile. p. 9.
- [5] CONEJEROS, V. 2003. Procesamiento de Minerales, apunte para alumnos de Ingeniería Metalúrgica. Facultad de Ingeniería y Ciencias Geológicas, Departamento de Ingeniería Metalúrgica y Minas, Universidad Católica del Norte. Antofagasta, Chile. p. 19. 24–34. 39–50.
- [6] CONEJEROS, V. 2009. Fundamentos de flotación de minerales. [Diapositivas] 3 diapositivas, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 19-20. 26.
- [7] DATANEST. 2019. Machine Learning for Non Data Scientist (Key Terminology). [Diapositivas] 5 diapositivas, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 2–6.
- [8] DE LA CRUZ, R. 2019a. Introducción a Machine Learning. [Diapositivas] 2 diapositivas, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 47–48.
- [9] DE LA CRUZ, R. 2019b. Predicción lineal. [Diapositivas] 8 diapositivas, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 47–48.
- [10] DELGADO, R. 2018. Introducción a los modelos de regresión en R. [en línea]. <<https://medium.com/datos-y-ciencia/introducci%C3%B3n-a-los-modelos-de-regresi%C3%B3n-en-r-6ef5a4c47a8f>> [consulta: 24 agosto 2019].
- [11] GESTIÓN AMBIENTAL CONSULTORES. 2005. Declaración de impacto ambiental Planta de Magnetita. Copiapó, Chile. p. 17.
- [12] GIL, M. C. 2018a. Árboles de decisión y métodos de ensemble. [en línea]. <[https://rpubs.com/Cristina\\_Gil/arboles\\_ensemble](https://rpubs.com/Cristina_Gil/arboles_ensemble)> [consulta: 26 agosto 2019].
- [13] GIL, M. C. 2018b. Regresión lineal múltiple. [en línea]. <[https://rpubs.com/Cristina\\_Gil/Regresion\\_Lineal\\_Multiple](https://rpubs.com/Cristina_Gil/Regresion_Lineal_Multiple)> [consulta: 24 agosto 2019].
- [14] GUTIÉRREZ, L. 2014. Curso flotación: Introducción. [Diapositivas] 1 diapositiva, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 13. 36.
- [15] GUTIÉRREZ, L. 2018. Procesamiento de recursos mineros no cupríferos: Procesamiento de minerales de hierro. [Diapositivas] 11 diapositivas, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 3–13.
- [16] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. 1998. Minerales de hierro: Métodos experimentales para la evaluación de la variación de calidad. ISO 3084:1998(E) (3ª. ed.). Suiza: **Autor**.
- [17] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. 2002. Minerales de hierro: Métodos experimentales para verificar la precisión del muestreo, la preparación de las muestras y la medición. ISO 3085:2002(E) (4ª. ed.). Suiza: **Autor**.
- [18] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. 2006. Minerales de hierro: Métodos experimentales para revisar el sesgo de muestreo. ISO3086:2006(E) (4ª. ed.). Suiza: **Autor**.

## 6. BIBLIOGRAFÍA



- [19] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. 2010. Minerales de hierro y hierro reducido directamente: Vocabulario. ISO11323:2010(E) (3ª. ed.). Suiza: **Autor**.
- [20] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. 2014. Minerales de hierro: Muestreo de pulpa. ISO16742:2014(E) (1ª. ed. Y ed. corregida 2015). Suiza: **Autor**.
- [21] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. 2017. Minerales de hierro: Procedimientos de muestreo y preparación de las muestras. ISO3082:2017(E) (5ª. ed.). Suiza: **Autor**.
- [22] KRACHT, W. 2011. Flotación de minerales. En: Diplomado en procesamiento de minerales. Apunte del módulo de Flotación de minerales. (Julio 2011, Santiago, Chile). Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería de Minas. p. 1-6. 56. 107-111.
- [23] LUNA, G. J. 2018. Tipos de aprendizaje automático. [en línea]. <<https://medium.com/soldai/tipos-de-aprendizaje-autom%C3%A1tico-6413e3c615e2>> [consulta: 21 agosto 2019].
- [24] MÖLLER, V. 2011. Fundamentos de Flotación de Minerales. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Ingeniería Civil de Minas, Universidad de Chile. Santiago, Chile. p. 35.
- [25] NOVOA, D. G. y VARGAS, E. L. 2013. Variables y propiedades que influyen en el proceso de flotación. Seminario de Ingeniero ejecución en metalurgia. Antofagasta, Universidad Católica del Norte, Facultad de Ingeniería y Ciencias Geológicas. p. 75.
- [26] PARRA, F. 2017. Estadística y Machine Learning con R. Servicio de Estadísticas Económicas y Sociodemográficas, Instituto Cántabro de Estadística. Cantabria, España. p. 30-32.
- [27] PAVEZ, O. 2005. Apuntes de Concentración de Minerales I. Facultad de Ingeniería, Departamento de Metalurgia, Universidad de Atacama. Copiapó, Chile. p. 17-19. 41-54.
- [28] PAWLIK, M. 2009. Anionic flotation of high-iron phosphate ores-control of process water chemistry and depression of iron minerals by starch and guar gum. International Journal of Mineral Processing. 92: 49-57.
- [29] PYKE, B. 2004. Bubble – particle capture in turbulent flotation system. Thesis submitted to the University of South Australia for the Degree of Doctor of Philosophy. Ian Wark Research Institute. University of South Australia.
- [30] PLANTA MAGNETITA. 2010. Presentación Planta Magnetita. [Diapositivas] 3 diapositivas, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 13. 16. 24.
- [31] PLANTA MAGNETITA. 2012. Flowsheet por etapas Planta Magnetita CMP. [Diapositivas] 9 diapositivas, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 2-10.
- [32] RUZ, G. 2019. Decision trees and random forests. [Diapositivas] 6 diapositivas, presentación en Microsoft PowerPoint. p. 41 – 46.
- [33] SONAMI. 2011. Procesos mineros metalúrgicos en la evaluación de recursos y reservas mineras. Santiago, Chile. p. 3.
- [34] WILLS, B. A. 2015. Mineral Processing Technology. Butterworth-Heinemann.
- [35] YIANATOS, J. 2005. Flotación de minerales. Departamento de procesos Químicos, Biotecnológicos y Ambientales, Universidad Técnica Federico Santa María. Valparaíso, Chile. p. 22-27. 50-52. 53-61.
- [36] ZHENG, X., JOHNSON, N., & FRANZIDIS, J. 2006. Modelling of entrainment in industrial flotation cells: water recovery and degree of entrainment. Minerals Engineering. p. 1191 – 1203.





joseignaciocortes07@gmail.com



(+56) 9 75154065



<https://www.linkedin.com/in/joseignaciocortessepulveda/>

**GRACIAS POR SU ATENCIÓN**

# 7

## ANEXOS

- 7.1. Modelos finales por índice metalúrgico.
- 7.2. Validación dosificación de colector y sesgo de muestreo.
- 7.3. Precisión general y campañas de muestreo.
- 7.4. Toma de muestra.
- 7.5. Estimación flujo fresco alimentado a flotación.
- 7.6. Primera campaña de muestreo.
- 7.7. Lenguaje de programación.
- 7.8. Información relevante desde norma ISO.
- 7.9. Resolución norma ISO3086:2006.
- 7.10. Resolución norma ISO3085:2002.
- 7.11. RMSE predicción y validación por metodología para cada índice.

## 7.1. MODELOS: RECUPERACIÓN EN PESO Y RECUPERACIÓN METALÚRGICA

$R_p$

$$= 85,87832 + 0,010131 * D.Colector \left( \frac{g}{t} \right) - 0,14888 \\ * F.Fresco alimentación \left( \frac{m^3}{h} \right) - 0,148699 * F.Recirculado \left( \frac{m^3}{h} \right) \\ + 0,170988 * F.Concentrado \left( \frac{m^3}{h} \right) \quad (Ec. 6)$$

Regresión lineal múltiple conjunto 1 de variables predictoras  $R_p$

$R_m$

$$= 38,009953 + 0,823158 * P.Cabecal (psi) + 0,050154 \\ * D.Colector \left( \frac{g}{t} \right) - 24,576987 * GER Alimentación \\ + 0,123769 * F.Concentrado \left( \frac{m^3}{h} \right) + 0,528775 * \%FeT C \\ + 3,491279 * \%S.Equilibrio - 0,155588 * TON Finisher \left( \frac{t}{h} \right) \\ - 0,488417 * D.Colector \left( \frac{L}{min} \right) \quad (Ec. 7)$$

Regresión lineal múltiple conjunto 1 de variables predictoras  $R_m$

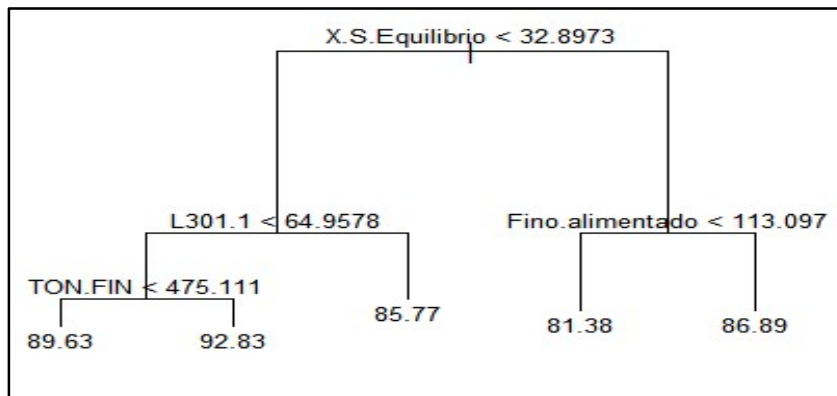


Figura 32. Modelo conjunto 2 de variables predictoras  $R_p$ , poda árbol de decisión.

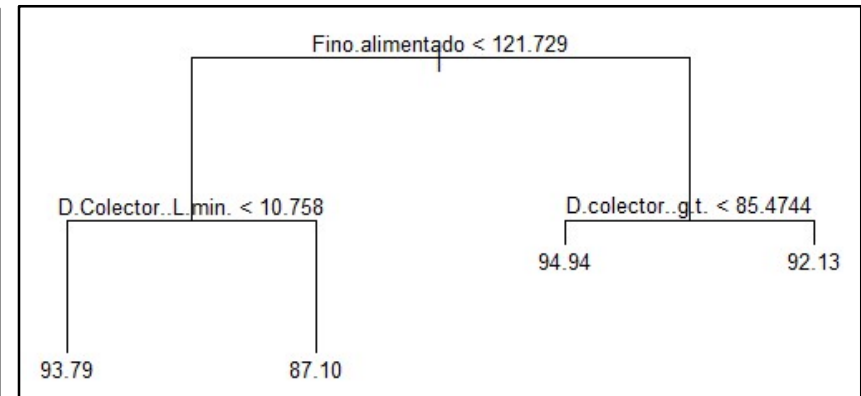


Figura 33. Modelo conjunto 2 de variables predictoras  $R_m$ , poda árbol de decisión.

## 7.1. MODELOS: ÍNDICE DE ENRIQUECIMIENTO Y RAZÓN DE CONCENTRACIÓN

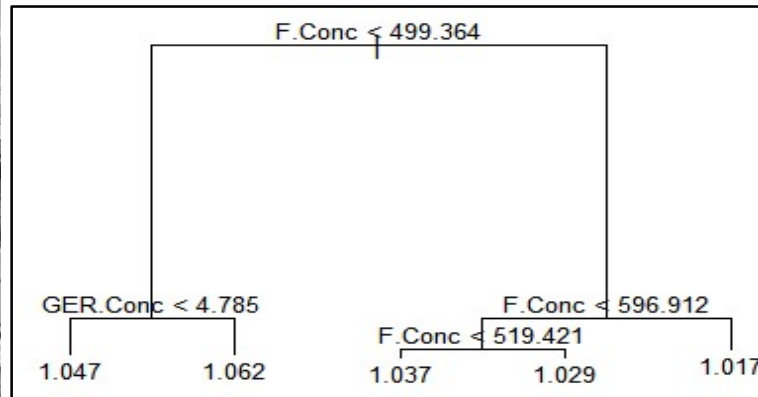


Figura 34. Modelo conjunto 1 de variables predictoras I.E., árbol de decisión.

$$\begin{aligned}
 I.E. &= 9,568 * 10^{-1} - 3,698 * 10^{-4} * F.Fresco Alimentación \left( \frac{t}{h} \right) \\
 &+ 2,030 * 10^{-4} * TON Finisher \left( \frac{t}{h} \right) + 8,471 * 10^{-4} \\
 &* Consumo colector \left( \frac{Kg}{h} \right) \quad (Ec. 8)
 \end{aligned}$$

Regresión lineal múltiple conjunto 2 de variables predictoras I.E.

$$\begin{aligned}
 K &= 1,174 - 2,017 * 10^{-4} * D.Colector \left( \frac{g}{t} \right) + 2,002 * 10^{-3} \\
 &* F.Fresco Alimentación \left( \frac{m^3}{h} \right) + 2,013 * 10^{-3} * F.Recirculado \left( \frac{m^3}{h} \right) \\
 &- 2,299 * 10^{-3} * F.Concentrado \left( \frac{m^3}{h} \right) \quad (Ec. 9)
 \end{aligned}$$

Regresión lineal múltiple conjunto 1 de variables predictoras K

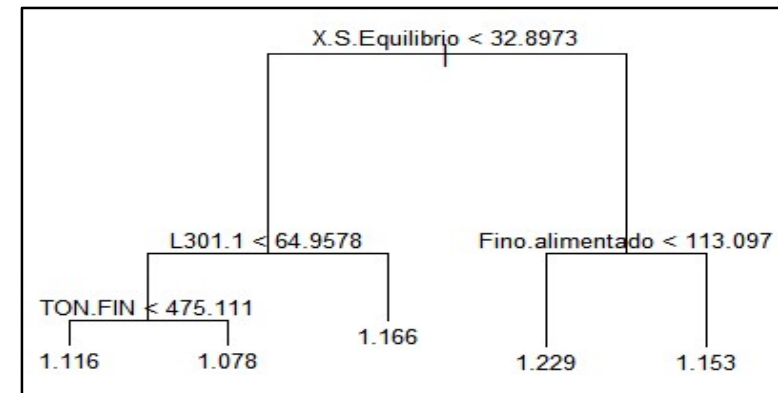


Figura 35. Modelo conjunto 2 de variables predictoras K, poda árbol de decisión.

## 7.2. VALIDACIÓN DOSIFICACIÓN DE COLECTOR Y SESGO DE MUESTREO

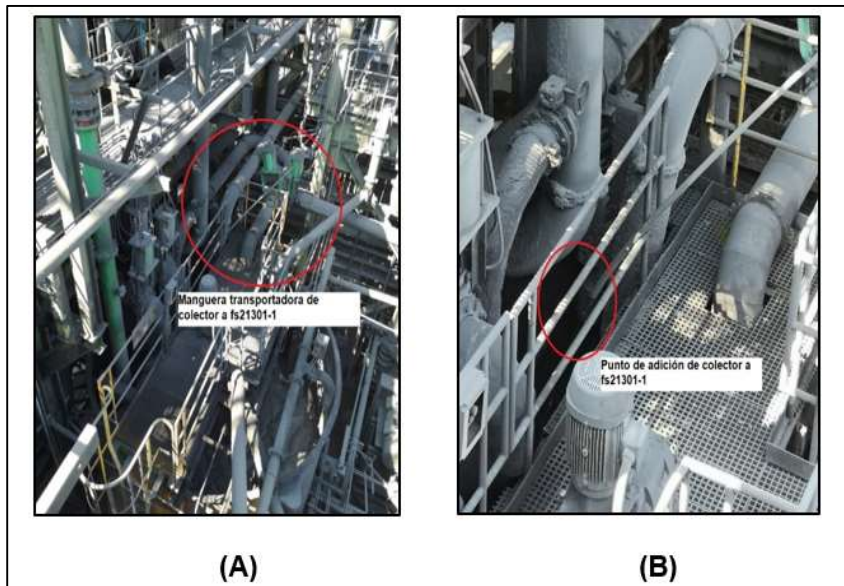


Figura 36. Toma de muestra colector: (A) Vista aérea acondicionador y (B) Adición de colector a acondicionador.

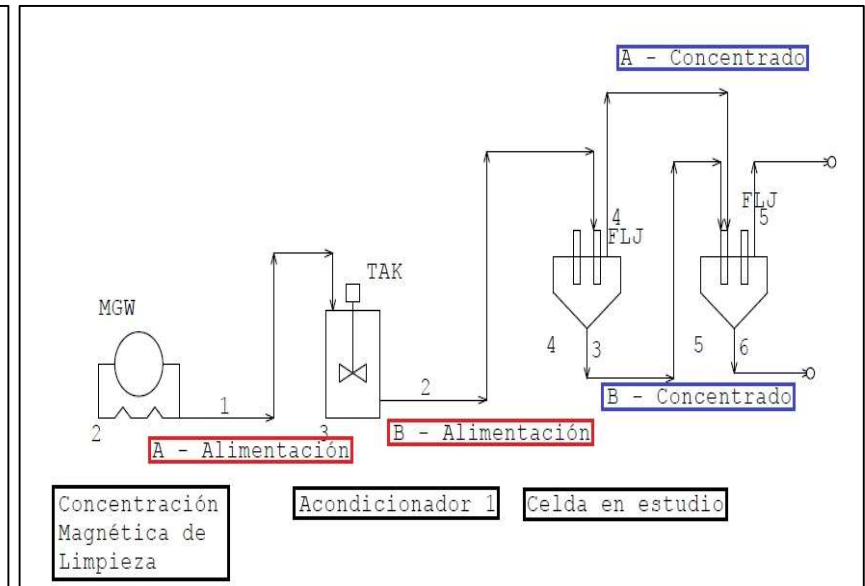


Figura 37. Puntos de muestreo para el estudio del sesgo de muestreo alimentación y concentrado.

### 7.3. PRECISIÓN GENERAL Y CAMPAÑAS DE MUESTREO

**Tabla 15. Definiciones para el desarrollo de la actividad ISO3085:2002.**

|                                     |               |
|-------------------------------------|---------------|
| N° de lotes                         | 10            |
| N° de incrementos                   | 25            |
| N° de estratos                      | 6             |
| N° de incrementos por estratos      | 5             |
| N° de incrementos por muestra bruta | 30            |
| N° de muestras brutas               | 20            |
| N° de muestras de prueba            | 40            |
| N° de mediciones                    | 80            |
| Tipo de muestreo                    | estratificado |

**Tabla 16. Condiciones a analizar en primera campaña de muestreo.**

| Día | N° | Condición                                                             |
|-----|----|-----------------------------------------------------------------------|
| 1   | 1  | V/V Descarga 0% - V/V Recirculación 0% - Sólido alimentación > 28 %   |
| 1   | 2  | V/V Descarga 20% - V/V Recirculación 0% - Sólido alimentación > 28 %  |
| 1   | 3  | V/V Descarga 0% - V/V Recirculación 20% - Sólido alimentación > 28 %  |
| 2   | 4  | V/V Descarga 0% - V/V Recirculación 0% - Sólido alimentación < 23 %   |
| 2   | 5  | V/V Descarga 20% - V/V Recirculación 0% - Sólido alimentación < 23 %  |
| 2   | 6  | V/V Descarga 0% - V/V Recirculación 20% - Sólido alimentación < 23 %  |
| 3   | 7  | V/V Descarga 20% - V/V Recirculación 20% - Sólido alimentación < 23 % |
| 3   | 8  | V/V Descarga 20% - V/V Recirculación 20% - Sólido alimentación > 28 % |

**Tabla 17. Tiempos establecidos para primera campaña de muestreo**

| Definición            | Tiempo   |
|-----------------------|----------|
| Tamaño del lote       | 2 (h)    |
| Intervalo de muestreo | 5 (min)  |
| Muestra compósito     | 20 (min) |

**Tabla 18. Condiciones a analizar en segunda campaña de muestreo.**

| Día | N° | Condición                                                           |
|-----|----|---------------------------------------------------------------------|
| 1   | 1  | Flujo bomba (610 – 660 (m <sup>3</sup> /h)) - D. colector 110 (g/t) |
| 1   | 2  | Flujo bomba (610 – 660 (m <sup>3</sup> /h)) - D. colector 90 (g/t)  |
| 1   | 3  | Flujo bomba (610 – 660 (m <sup>3</sup> /h)) - D. colector 70 (g/t)  |

**Tabla 19. Tiempos establecidos para segunda campaña de muestreo**

| Definición            | Tiempo      |
|-----------------------|-------------|
| Tamaño del lote       | 1:15:00 (h) |
| Intervalo de muestreo | 5 (min)     |
| Muestra compósito     | 15 (min)    |



## 7.4. TOMA DE MUESTRA



**Figura 38. Toma de muestra bateas de concentración magnética de limpieza. (A) Ventanillas concentrado y (B) Toma de muestra batea 4.**

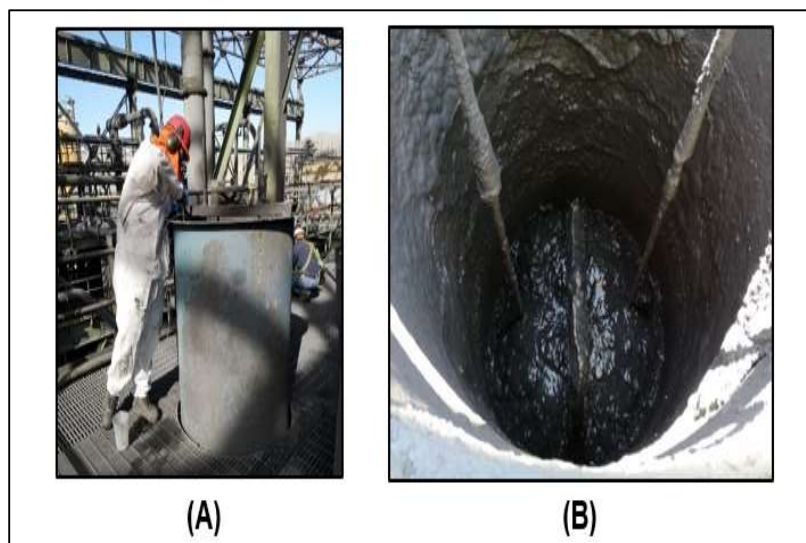


**Figura 39. Toma de muestra despiches de bombas. (A) Descarga concentrado de la celda y (B) Descarga acondicionador 1.**

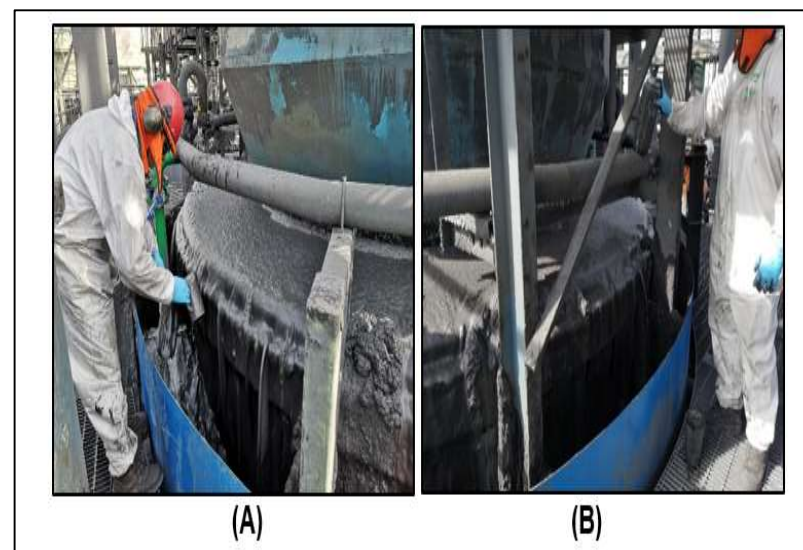


## 7.4. TOMA DE MUESTRA

43



**Figura 40. Toma de muestra cuello cisne. (A) Vista lateral cuello cisne y (B) Vista superior descarga del concentrado.**



**Figura 41. Toma de muestra rebose celda. (A) Toma de muestra y (B) Eliminación de espuma de la muestra.**

## 7.5. ESTIMACIÓN FLUJO FRESCO ALIMENTADO A CELDA DE FLOTACIÓN

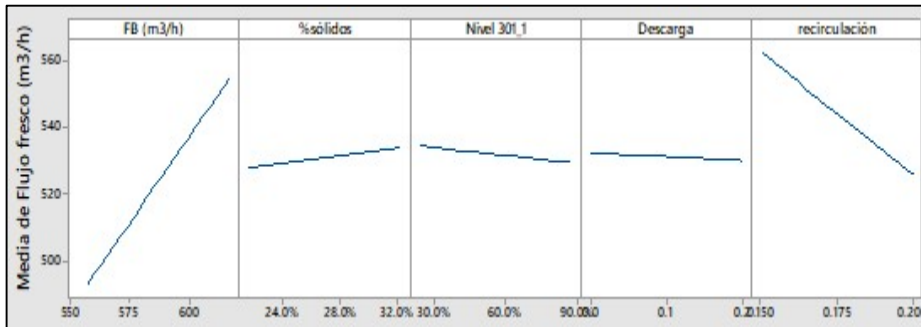


Figura 42. Efectos principales de variables planta en el flujo fresco.

Tabla 20. Resultados obtenidos de %flujo recirculado para cada una de las condiciones analizadas para la estimación del flujo fresco alimentado.

| %Apertura<br>válvula de<br>recirculación | %Apertura<br>válvula de<br>descarga | Nivel<br>acondicionador | %Flujo<br>recirculado | Condición |
|------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|-----------------------|-----------|
| 15%                                      | 20%                                 | Alto                    | 5 – 6%                | A         |
| 20%                                      | 0 – 20%                             | Alto y bajo             | 11 – 13%              | B         |
| < 15%                                    | 0 – 20%                             | Alto y bajo             | 0%                    | C         |
| 15%                                      | 0%                                  | Bajo                    | 0%                    |           |

$$\begin{aligned}
 & \text{Flujo fresco} \left( \frac{t}{h} \right) \\
 &= \left( 153,8 * \%Sólido + 1,126 * \text{Flujo bomba} \left( \frac{m^3}{h} \right) - 151,4 \right) \\
 & * \%Sólido * \frac{\text{Densidad pulpa} \left( \frac{Kg}{m^3} \right)}{1000} \quad (\text{Ec. 10})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Flujo fresco} \left( \frac{t}{h} \right) \\
 &= \left( 76,7 * \%Sólido + 1,032 * \text{Flujo bomba} \left( \frac{m^3}{h} \right) - 8,26 \right. \\
 & * \text{Nivel acondicionador} - 103,5 \left. \right) * \%Sólido \\
 & * \frac{\text{Densidad pulpa} \left( \frac{Kg}{m^3} \right)}{1000} \quad (\text{Ec. 11})
 \end{aligned}$$

$$\text{Flujo fresco} \left( \frac{m^3}{h} \right) = \text{Flujo bomba} \left( \frac{m^3}{h} \right) \quad \text{Ec. (12)}$$

## 7.6. PRIMERA CAMPAÑA DE MUESTREO

**Tabla 21. Regresiones obtenidas de análisis estadístico por condición para recuperación metalúrgica e índice de enriquecimiento.**

| índice | Condición         | Regresión                                                                                                                                                                                                                         | Datos i | Datos f | R <sup>2</sup> |
|--------|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|----------------|
| Rm     | D0-R0-SL < 23,65% | $Rm = 114,61 - 0,2109 * \text{Dosificación colector (g/t)}$                                                                                                                                                                       | 10      | 10      | 76,77%         |
|        | D20-R0-SL < 23%   | No se obtiene información.                                                                                                                                                                                                        | 6       | 6       | -              |
|        | D0-R20-SL < 23%   | No se obtiene información.                                                                                                                                                                                                        | 5       | 5       | -              |
|        | D20-R20-SL < 23%  | $Rm = 128,7 - 0,919 * \text{Presión cabezal (psi)}$                                                                                                                                                                               | 8       | 8       | 52,72%         |
|        | D20-R0-SL > 24%   | No se obtiene información.                                                                                                                                                                                                        | 6       | 6       | -              |
|        | D0-R20-SL > 24%   | $Rm = 35,89 + 2,167 * \% \text{Sólido alimentación}$                                                                                                                                                                              | 5       | 5       | 92,83%         |
|        | D20-R20-SL > 24%  | $Rm = 117,01 - 1,068 * \% \text{Sólido alimentación}$                                                                                                                                                                             | 4       | 4       | 98,06%         |
|        | SL < 23,65%       | $Rm = 16,2 + 10,05 * pH - 0,1393 * \text{Dosificación colector (g/t)}$                                                                                                                                                            | 29      | 24      | 84,69%         |
|        | SL > 24%          | $Rm = 96,98 - 0,1146 * \text{Nivel acondicionador}$                                                                                                                                                                               | 15      | 15      | 53,10%         |
|        | Campaña completa  | $Rm = 6,7 + 2,862 * \text{válvula recirculación} + 7,46 * pH - 0,1123 * D.\text{colector } \left(\frac{g}{t}\right) + 0,0557 * \text{Flujo fresco alimentación (m}^3/\text{h)} - 0,689 * \text{Flujo recirculado (m}^3/\text{h)}$ | 44      | 30      | 87,33%         |
| I.E    | D0-R0-SL < 23,65% | $I.E = 0,9495 + 0,000808 * \text{Dosificación colector (g/t)}$                                                                                                                                                                    | 10      | 9       | 88,39%         |
|        | D20-R0-SL < 23%   | No se obtiene información.                                                                                                                                                                                                        | 6       | 6       | -              |
|        | D0-R20-SL < 23%   | $I.E = 0,9094 + 0,001032 * \text{Dosificación colector (g/t)}$                                                                                                                                                                    | 5       | 5       | 87,71%         |
|        | D20-R20-SL < 23%  | No se obtiene información.                                                                                                                                                                                                        | 8       | 8       | -              |
|        | D20-R0-SL > 24%   | No se obtiene información.                                                                                                                                                                                                        | 6       | 6       | -              |
|        | D0-R20-SL > 24%   | $I.E = 1,2771 - 0,00920 * \% \text{Sólido alimentación}$                                                                                                                                                                          | 5       | 5       | 82,95%         |
|        | D20-R20-SL > 24%  | $I.E = 1,6875 - 0,001081 * \text{Flujo bomba alimentación (m}^3/\text{h)}$                                                                                                                                                        | 4       | 4       | 99,35%         |
|        | SL < 23,65%       | $I.E = 1,6948 - 0,07126 * pH$                                                                                                                                                                                                     | 29      | 24      | 79,21%         |
|        | SL > 24%          | $I.E = 1,02192 + 0,000397 * \text{Nivel acondicionador}$                                                                                                                                                                          | 15      | 15      | 35,16%         |
|        | Campaña completa  | $I.E = 1,431 - 0,00425 * \text{Presión cabezal (psi)} - 0,031 * pH + 0,000352 * \text{Dosificación colector (g/t)} + 0,000634 * \text{Nivel acondicionador}$                                                                      | 44      | 41      | 67,58%         |

## 7.6. PRIMERA CAMPAÑA DE MUESTREO

46

Tabla 22. Regresiones obtenidas de análisis estadístico por condición para recuperación en peso y razón de concentración.

| índice | Condición        | Regresión                                                                                  | Datos i | Datos f | R <sup>2</sup> |
|--------|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------|---------|----------------|
| Rp     | D0-R0-SL<23,65%  | $Rp = 116,69 - 0,2556 * \text{Dosificación colector (g/t)}$                                | 10      | 9       | 85,75%         |
|        | D20-R0-SL<23%    | No se obtiene información.                                                                 | 6       | 6       | -              |
|        | D0-R20-SL<23%    | No se obtiene información.                                                                 | 5       | 5       | -              |
|        | D20-R20-SL<23%   | $Rp = 137,3 - 1,218 * \text{Presión cabezal (psi)}$                                        | 8       | 8       | 49,89%         |
|        | D20-R0-SL>24%    | No se obtiene información.                                                                 | 6       | 6       | -              |
|        | D0-R20-SL>24%    | $Rp = 13,1 + 2,913 * \% \text{Sólido alimentación}$                                        | 5       | 5       | 90,78%         |
|        | D20-R20-SL>24%   | $Rp = 112,07 - 1,415 * \% \text{Sólido alimentación}$                                      | 4       | 4       | 97,80%         |
|        | SL<23,65%        | $Rp = -106,8 + 21,23 * pH$                                                                 | 29      | 26      | 80,44%         |
|        | SL>24%           | $Rp = 94,01 - 0,1923 * \text{válvula descarga} - 0,0792 * \text{Nivel acondicionador}$     | 15      | 14      | 64,94%         |
|        | Campaña completa | $Rp = -8,8 + 12,38 * pH - 0,1322 * \text{Dosificación colector (g/t)}$                     | 44      | 30      | 78,94%         |
| K      | D0-R0-SL<23,65%  | $K = 0,7863 + 0,003141 * \text{Dosificación colector (g/t)}$                               | 10      | 9       | 83,11%         |
|        | D20-R0-SL<23%    | No se obtiene información.                                                                 | 6       | 6       | -              |
|        | D0-R20-SL<23%    | No se obtiene información.                                                                 | 5       | 5       | -              |
|        | D20-R20-SL<23%   | No se obtiene información.                                                                 | 8       | 8       | -              |
|        | D20-R0-SL>24%    | No se obtiene información.                                                                 | 6       | 6       | -              |
|        | D0-R20-SL>24%    | $K = 2,04 - 0,03518 * \% \text{Sólido alimentación}$                                       | 5       | 5       | 90,56%         |
|        | D20-R20-SL>24%   | $K = 0,6444 + 0,02033 * \% \text{Sólido alimentación}$                                     | 4       | 4       | 98,10%         |
|        | SL<23,65%        | $K = 3,625 - 0,2710 * pH$                                                                  | 29      | 26      | 80,38%         |
|        | SL>24%           | $K = 1,0589 + 0,002389 * \text{válvula descarga} + 0,001082 * \text{Nivel acondicionador}$ | 15      | 14      | 64,77%         |
|        | Campaña completa | $K = 3,088 - 0,2138 * pH$                                                                  | 44      | 30      | 79,95%         |

## 7.6. PRIMERA CAMPAÑA DE MUESTREO

**Tabla 23. Resultados análisis de sensibilidad realizado a regresiones obtenidas de análisis a campaña completa, para cada uno de los índices metalúrgicos.**

| Índice | Variable                    | Primera campaña de muestreo |        |        | Operación normal planta   |        |        | Variación índice |       |
|--------|-----------------------------|-----------------------------|--------|--------|---------------------------|--------|--------|------------------|-------|
|        |                             | Distribución                | Mín.   | Máx.   | Distribución              | Mín.   | Máx.   | Mín.             | Máx.  |
| %Rp    | pH                          | Logística                   | 8,8    | 9,4    | Loglogística              | 7,14   | 11,24  | 84,13            | 91,88 |
|        | Dosificación colector (g/t) | Valor extremo por máximos   | 110    | 130    | Valor extremo más pequeño | 10     | 180    | 87,85            | 90,55 |
| K      | pH                          | Logística                   | 8,8    | 9,4    | Loglogística              | 7,14   | 11,24  | 1,08             | 1,21  |
| I.E    | Presión cabezal (psi)       | Valor extremo por máximos   | 39,14  | 46,78  | Valor extremo más pequeño | 0,10   | 56,71  | 1,02             | 1,05  |
|        | pH                          | Logística                   | 8,8    | 9,4    | Loglogística              | 7,14   | 11,24  | 1,03             | 1,05  |
|        | Dosificación colector (g/t) | Weibull de 3 parámetros     | 80     | 130    | Valor extremo más pequeño | 10     | 180    | 1,02             | 1,04  |
|        | Nivel acondicionador (%)    | Logística                   | 29,4   | 81,8   | Logística                 | 34,94  | 94,58  | 1,03             | 1,06  |
| %Rm    | %Válvula recirculación      | Binaria                     | 0      | 20     | Binaria                   | 0,00   | 100    | 91,0             | 94,0  |
|        | pH                          | Logística                   | 8,8    | 9,4    | Loglogística              | 7,14   | 11,24  | 90,90            | 95,70 |
|        | Dosificación colector (g/t) | Valor extremo por máximos   | 110    | 130    | Valor extremo más pequeño | 10     | 180    | 92,85            | 95,15 |
|        | Flujo fresco (m³/h)         | Valor extremo por máximos   | 493,18 | 582,31 | Valor extremo por máximos | 317,54 | 824,59 | 92,10            | 97,10 |
|        | Flujo recirculado (m³/h)    | Binaria                     | 0      | 83,34  | Binaria                   | 0      | 183,06 | 89,88            | 91,20 |

## 7.7. LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN

### 7.1.1. Regresión lineal múltiple

```
modelo<-lm(I.E~ FF.Alim.1 + TON.FIN + C.Colector ,data=nuevosdatos)
summary(modelo)

##
## Call:
## lm(formula = I.E ~ FF.Alim.1 + TON.FIN + C.Colector, data = nuevosdatos)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.0229454 -0.0051501  0.0004246  0.0058422  0.0230602
##
## Coefficients:
##      (Intercept)      9.568e-01      1.412e-02      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
##      FF.Alim.1      -3.698e-04      4.335e-05      -8.530  1.20e-11 ***
##      TON.FIN        2.030e-04      3.529e-05      5.751  4.04e-07 ***
##      C.Colector      8.471e-04      1.748e-04      4.847  1.07e-05 ***
##
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.009365 on 55 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6912, Adjusted R-squared:  0.6743
## F-statistic: 41.03 on 3 and 55 DF, p-value: 4.656e-14

#Test de hipótesis para el análisis de normalidad de los residuos
shapiro.test(modelo$residuals)

##
##      Shapiro-Wilk normality test
##
## data:
## W = 0.98368, p-value = 0.613

#Test de contraste de homocedasticidad Breusch-Pagan
bptest(modelo)

##
##      studentized Breusch-Pagan test
##
## data:
## BP = 8.3837, df = 3, p-value = 0.03871

#Factores de inflación de la varianza
vif(modelo)

##
##      FF.Alim.1      TON.FIN      C.Colector
## 1.416943 1.828251 1.469306
```



## 7.7. LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN

49

### 7.1.2. Árbol de decisión

```
#Generar                                partición                aleatoria                70/30
set.seed(123)
muestra.ar<-sample(nrow(nuevosdatos),floor(nrow(nuevosdatos)*0.7))
entrenamiento.ar<-nuevosdatos[muestra.ar,]
prueba.ar<-nuevosdatos[-muestra.ar,]

#Selección                             de                parámetros                para                el                árbol
setup<- tree.control(nrow(entrenamiento.ar), mincut = 5, minsize = 10, mindev = 0.01)
#Modelo                                árbol                de                regresión
modelo.arbol.r<- tree(I.E ~ ., data = entrenamiento.ar, split = "deviance", control = setup)
summary(modelo.arbol.r)
```

```
##                                ##
##      Regression                                tree:
## tree(formula = I.E ~ ., data = entrenamiento.ar, control = setup,
##      split = "deviance")
##      Variables actually used in tree construction:
##      [1] "X.S.Equilibrio" "D.colector..g.t." "FF.Alim"
##      [4] "Fino.alimentado" "V.V.D"
##      Number of terminal nodes: 6
##      Residual mean deviance: 7.421e-05 = 0.002597 / 35
##      Distribution of residuals:
##      Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## -0.022800 -0.003125 -0.000500 0.000000 0.005400 0.018200
```

```
modelo.arbol.r
```

```
##      node), split, n, deviance, yval
##      ##      *      denotes terminal node
##      1) root 41 0.0105600 1.040
##      2) X.S.Equilibrio < 32.8973 23 0.0013950 1.029
##      4) D.colector..g.t. < 98.9948 8 0.0003449 1.022 *
##      5) D.colector..g.t. > 98.9948 15 0.0004029 1.033
##      10) FF.Alim < 569.135 7 0.0001537 1.036 *
##      11) FF.Alim > 569.135 8 0.0001180 1.030 *
##      3) X.S.Equilibrio > 32.8973 18 0.0034000 1.053
##      6) Fino.alimentado < 113.097 8 0.0002749 1.062 *
##      7) Fino.alimentado > 113.097 10 0.0019980 1.046
##      14) V.V.D < 10 5 0.0009668 1.041 *
##      15) V.V.D > 10 5 0.0007392 1.052 *
```



#### 7.1.4. Método de ensamble – Bagging

```
#Generar datos<-
partición
aleatoria
70/30
read.csv2('flotacionc1c2.csv')
nuevosdatos<-datos[, -1]
nuevosdatos[, c(3,11,12,17,19,20,40,41,43)]
nuevosdatos.ba<-
set.seed(311)
muestra.ar.ba<-sample(nrow(nuevosdatos.ba), floor(nrow(nuevosdatos.ba)*0.7))
entrenamiento.ar.ba<-nuevosdatos.ba[muestra.ar.ba,]
prueba.ar.ba<-nuevosdatos.ba[-muestra.ar.ba,]
modelo.arbol.bag<- randomForest(I.E ~., data = entrenamiento.ar.ba, mtry = 8, importance = TRUE, ntree = 500)
modelo.arbol.bag

##
##
Call:
randomForest(formula = I.E ~ ., data = entrenamiento.ar.ba, mtry = 8, importance = TRUE, ntree = 500)

##
##
Type of random forest: regression
##
Number of trees: 500
##
No. of variables tried at each split: 8
##
##
Mean of squared residuals: 0.0001074636
##
% Var explained: 62.15
```

## 7.7. LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN

51

### 7.1.5. Método de ensamble – Random Forest

```
#Generar          partition          aleatoria          70/30
set.seed(311)
muestra.ar.rf<-sample(nrow(nuevosdatos.rf),floor(nrow(nuevosdatos.rf)*0.7))
entrenamiento.ar.rf<-nuevosdatos.rf[muestra.ar.rf,]
prueba.ar.rf<-nuevosdatos.rf[-muestra.ar.rf,]
cv<- trainControl(method = "cv", number = 10, search = "grid")
#Hiperparámetro a evaluar: número de predictores aleatorios en cada ramificación
mtry<- expand.grid(.mtry= c(2:10))
mtry_eval<- train(I.E ~., data = entrenamiento.ar.rf, method = "rf", tuneGrid = mtry, trControl = cv)
print(mtry_eval)
```

```
##                                Random Forest
##                                ##
##                                41 samples
##                                11 predictors
##                                ##
##                                No pre-processing
##                                Cross-Validated (10 fold)
## Summary of sample sizes: 36, 37, 37, 36, 35, 38, ...
## Resampling results across tuning parameters:
## mtry RMSE Rsquared MAE
##      2  0.008759439  0.7242566  0.007287958
##      3  0.008785491  0.7163215  0.007300795
##      4  0.008952283  0.6981516  0.007443298
##      5  0.009252504  0.6850311  0.007719257
##      6  0.009188806  0.6821744  0.007594060
##      7  0.009202117  0.6758705  0.007666276
##      8  0.009363330  0.6736230  0.007871675
##      9  0.009440774  0.6575640  0.007897993
##     10  0.009590159  0.6615942  0.007986896
##                                ##
## RMSE was used to select the optimal model using the smallest value.
## The final value used for the model was mtry = 2.
```

## 7.7. LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN

### 7.1.6. Método de ensamble – Boosting

52

```
nuevosdatos.bo<-      nuevosdatos<-datos[, -1]
nuevosdatos[, c(3,5,6,9,11,12,17,19,20,21,40,41,42)]
#Generar               particion          aleatoria          70/30
                        set.seed(311)
muestra.ar.bo<-sample(nrow(nuevosdatos.bo), floor(nrow(nuevosdatos.bo)*0.7))
entrenamiento.ar.bo<-nuevosdatos.bo[muestra.ar.bo,]
prueba.ar.bo<-nuevosdatos.bo[-muestra.ar.bo,]
cv<- trainControl(method = "cv", number = 10, search = "grid")
#Hiperparametro      a          evaluar
opt.par<- expand.grid(interaction.depth= c(1, 5, 9), n.trees= c(1000, 2000, 3000, 4000), shrinkage= c(0.1, 0.01, 0.001), n.minobsinnode= c(5, 10, 15))
mejores.par<- train(I.E~., data= entrenamiento.ar.bo, method= "gbm", tuneGrid=
opt.par,          trControl=          cv,          verbose=          FALSE)
mejores.par$bestTune

##          n.trees    interaction.depth    shrinkage    n.minobsinnode
## 16      4000             5           0.001             5

modelo.arbol.boost<- gbm(I.E ~., data= entrenamiento.ar.bo, distribution = "gaussian", n.trees = 4000, shrinkage = 0.001, interaction.depth = 5, n.minobsinnode = 5)
summary(modelo.arbol.boost, las= 2)

##                                var      rel.inf
##      X.S.Equilibrio                                32.6184732
##      D.colector..g.t.                                28.3281802
##      FF.Alim                                6.5618722
##      FF.Alim.1                                6.0433874
##      D.Colector..L.min.      D.Colector..L.min.      5.8738447
##      P.Cabecal                                5.1987464
##      V.V.D                                4.5535506
##      FB.Alim                                4.0788498
##      TON.FIN                                2.9175419
##      Fino.alimentado                                2.5839970
##      V.V.R                                0.8255784
##      FR                                FR  0.4159782
```

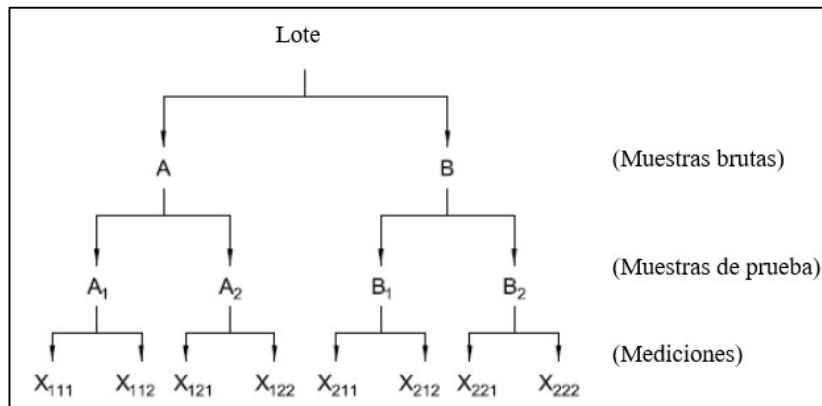
## 7.8. INFORMACIÓN RELEVANTE DESDE NORMAS ISO

Tabla 24. Ejemplo del número mínimo de incrementos requeridos,  $n_1$ , para la precisión de muestreo deseada (ISO 3082:2017).

| Masa del lote<br>(1.000 t) |       | Precisión del muestreo $\beta_s$ |                                      |                |                                                        | Número de incrementos primarios $n_1$ |     |    |
|----------------------------|-------|----------------------------------|--------------------------------------|----------------|--------------------------------------------------------|---------------------------------------|-----|----|
| Sobre                      | Hasta | Contenido de Fe o $\text{SiO}_2$ | Contenido de $\text{Al}_2\text{O}_3$ | Contenido de P | Alimentación por pellet, fracción de -45 $\mu\text{m}$ | Variación de calidad                  |     |    |
|                            |       |                                  |                                      |                |                                                        | L                                     | M   | S  |
| 100                        |       | 0,35                             | 0,10                                 | 0,0026         | 0,53                                                   | 200                                   | 100 | 50 |
| 70                         | 100   | 0,37                             | 0,11                                 | 0,0027         | 0,56                                                   | 180                                   | 90  | 45 |
| 45                         | 70    | 0,39                             | 0,11                                 | 0,0029         | 0,59                                                   | 160                                   | 80  | 40 |
| 30                         | 45    | 0,42                             | 0,12                                 | 0,0031         | 0,63                                                   | 140                                   | 70  | 35 |
| 15                         | 30    | 0,45                             | 0,13                                 | 0,0034         | 0,68                                                   | 120                                   | 60  | 30 |
| 0                          | 15    | 0,50                             | 0,14                                 | 0,0037         | 0,75                                                   | 100                                   | 50  | 25 |

**Nota:** Los valores de  $n_1$  se pueden aumentar o disminuir para alterar la precisión de la muestra, por ejemplo, si el número de incrementos es  $2n_1$ , entonces  $\beta_s$  mejorará en un factor de  $1/\sqrt{2} = 0,71$ ; y si es  $n_1/2$ , entonces  $\beta_s$  empeorará por un múltiplo de  $\sqrt{2} = 1,4$ .

## 7.9. INFORMACIÓN RELEVANTE DESDE NORMAS ISO



**Figura 43. Diagrama de flujo para preparación y medición de muestra, método experimental para verificar la precisión general (ISO 3085:2002).**

**Tabla 25. Clasificación de la variación de calidad  $\sigma_w$ , basada en las desviaciones estándar en las características de calidad seleccionadas (valores como porcentajes absolutos) (ISO 3084:1998).**

| Características de calidad                                            | Clasificación de variación de calidad, $\sigma_w$ |                            |                    |
|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|----------------------------|--------------------|
|                                                                       | fracción de masa, %                               |                            |                    |
|                                                                       | Grande                                            | Media                      | Pequeña            |
| <b>Contenido de hierro</b>                                            | $\sigma_w > 2,0$                                  | $2,0 > \sigma_w > 1,5$     | $\sigma_w < 1,5$   |
| <b>Contenido de sílice</b>                                            | $\sigma_w > 2,0$                                  | $2,0 > \sigma_w > 1,5$     | $\sigma_w < 1,5$   |
| <b>Contenido de alúmina</b>                                           | $\sigma_w > 0,6$                                  | $0,6 > \sigma_w > 0,4$     | $\sigma_w < 0,4$   |
| <b>Contenido de fósforo</b>                                           | $\sigma_w > 0,015$                                | $0,015 > \sigma_w > 0,011$ | $\sigma_w < 0,011$ |
| <b>Tamaño - Alimentación de pellet</b><br>-45 pm fracción, media 70 % | $\sigma_w > 3$                                    | $3 > \sigma_w > 2,25$      | $\sigma_w < 2,25$  |

## 7.9. RESOLUCIÓN NORMA ISO3086:2006

Tabla 26. Datos experimentales del contenido porcentual de hierro total para ambos puntos de toma de muestra para concentrado de la celda (ajustado para método B).

| Lote | Contenido total de hierro (%) |          | $d_i'' = X_{Bi}'' - X_{Ai}$ | $d_i^{2''}$ |
|------|-------------------------------|----------|-----------------------------|-------------|
|      | $X_{Bi}''$                    | $X_{Ai}$ |                             |             |
| 1    | 63,20                         | 63,23    | -0,03                       | 0,00        |
| 2    | 67,95                         | 67,97    | -0,02                       | 0,00        |
| 3    | 61,79                         | 61,37    | 0,42                        | 0,18        |
| 4    | 63,08                         | 62,83    | 0,25                        | 0,06        |
| 5    | 65,92                         | 65,46    | 0,46                        | 0,21        |
| 6    | 60,73                         | 60,46    | 0,27                        | 0,07        |
| 7    | 61,82                         | 62,33    | -0,51                       | 0,26        |
| 8    | 63,48                         | 63,94    | -0,46                       | 0,22        |
| 9    | 66,49                         | 66,99    | -0,50                       | 0,25        |
| 10   | 65,32                         | 65,63    | -0,31                       | 0,09        |
| 11   | 65,63                         | 65,57    | 0,06                        | 0,00        |
| 12   | 65,91                         | 65,68    | 0,23                        | 0,05        |
| 13   | 65,10                         | 64,57    | 0,53                        | 0,28        |
| 14   | 63,69                         | 64,19    | -0,50                       | 0,25        |
| 15   | 65,05                         | 65,19    | -0,14                       | 0,02        |
| 16   | 65,37                         | 65,48    | -0,11                       | 0,01        |
| 17   | 65,60                         | 65,4     | 0,20                        | 0,04        |
| 18   | 65,26                         | 65,06    | 0,20                        | 0,04        |
|      |                               | Suma     | 0,05                        | 2,05        |

## 7.9. RESOLUCIÓN NORMA ISO3086:2006

Tabla 27. Media y desviación estándar de las diferencias del concentrado de la celda

| $\bar{d}$ | SSd   | Sd    |
|-----------|-------|-------|
| 0,003     | 2,045 | 0,347 |

Tabla 28. Máximo y mínimo de las diferencias calculadas del concentrado de la celda.

| Máximo | Mínimo |
|--------|--------|
| 0,53   | -0,51  |





## 7.9. RESOLUCIÓN NORMA ISO3086:2006

Tabla 29. Datos experimentales del contenido porcentual de hierro total para ambos puntos de toma de muestra alimentación de la celda (ajustado para método B, dos datos excluidos).

| Lote | Contenido total de hierro (%) |          | $d_i'' = X_{Bi}'' - X_{Ai}$ | $d_i^{2''}$ |
|------|-------------------------------|----------|-----------------------------|-------------|
|      | $X_{Bi}''$                    | $X_{Ai}$ |                             |             |
| 1    | 65,54                         | 65,56    | -0,02                       | 0,00        |
| 2    | 60,38                         | 60,34    | 0,04                        | 0,00        |
| 3    | 61,33                         | 61,43    | -0,10                       | 0,01        |
| 4    | 64,07                         | 63,93    | 0,14                        | 0,02        |
| 5    | 59,82                         | 59,64    | 0,18                        | 0,03        |
| 6    | 60,10                         | 59,60    | 0,50                        | 0,25        |
| 7    | 61,80                         | 60,90    | 0,90                        | 0,81        |
| 8    | 63,03                         | 62,91    | 0,12                        | 0,01        |
| 9    | 61,85                         | 62,16    | -0,31                       | 0,10        |
| 10   | 61,25                         | 61,61    | -0,36                       | 0,13        |
| 11   | 62,01                         | 62,14    | -0,13                       | 0,02        |
| 12   | 61,23                         | 61,68    | -0,45                       | 0,21        |
| 13   | 61,56                         | 61,41    | 0,15                        | 0,02        |
| 14   | 61,06                         | 61,71    | -0,65                       | 0,43        |
| 15   | 62,28                         | 62,11    | 0,17                        | 0,03        |
| 16   | 61,98                         | 62,00    | -0,02                       | 0,00        |
| 17   | 62,59                         | 62,39    | 0,20                        | 0,04        |
| 18   | 62,53                         | 62,34    | 0,19                        | 0,04        |
| 19   | 62,51                         | 62,66    | -0,15                       | 0,02        |
| 20   | 62,58                         | 62,98    | -0,40                       | 0,16        |
|      |                               | Suma     | 0,00                        | 2,33        |

## 7.9. RESOLUCIÓN NORMA ISO3086:2006

Tabla 30. Media y desviación estándar de las diferencias de la alimentación de la celda (dos datos excluidos).

| $\bar{d}$ | SSd   | Sd    |
|-----------|-------|-------|
| -0,0001   | 2,329 | 0,350 |

Tabla 31. Máximo y mínimo de las diferencias calculadas de alimentación de la celda (dos datos excluidos).

| Máximo | Mínimo |
|--------|--------|
| 0,90   | -0,65  |

## 7.10. RESOLUCIÓN NORMA ISO3085:2002

**Tabla 32. Resultados obtenidos desde mediciones a muestras de prueba por contenido porcentual de hierro total.**

| $A_{111}$ | $A_{112}$ | $A_{121}$ | $A_{122}$ | $B_{211}$ | $B_{212}$ | $B_{221}$ | $B_{222}$ |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 61,90     | 61,80     | 62,36     | 62,44     | 61,88     | 61,75     | 61,82     | 61,88     |
| 61,42     | 61,48     | 61,41     | 61,39     | 61,82     | 61,93     | 61,80     | 61,77     |
| 64,13     | 64,24     | 64,89     | 64,86     | 64,35     | 64,21     | 64,24     | 64,15     |
| 42,25     | 42,14     | 42,29     | 42,17     | 42,17     | 42,19     | 42,13     | 42,22     |
| 61,15     | 61,22     | 61,30     | 61,39     | 61,23     | 61,33     | 61,22     | 61,14     |
| 64,73     | 64,70     | 64,68     | 64,60     | 64,70     | 64,63     | 64,76     | 64,74     |
| 44,55     | 44,57     | 44,58     | 44,57     | 44,63     | 44,55     | 44,79     | 44,79     |
| 63,26     | 63,22     | 63,13     | 63,05     | 63,19     | 63,15     | 63,29     | 63,21     |
| 66,22     | 66,30     | 66,22     | 66,14     | 66,22     | 66,14     | 66,06     | 66,05     |
| 44,96     | 44,90     | 45,15     | 45,07     | 44,88     | 44,98     | 44,99     | 44,88     |

**Tabla 33. Análisis de media y rango a mediciones duplicadas.**

| $\bar{x}_{11}$ | $\bar{x}_{12}$ | $R_{11}$ | $R_{12}$ | $\bar{x}_{21}$ | $\bar{x}_{22}$ | $R_{21}$ | $R_{22}$ |
|----------------|----------------|----------|----------|----------------|----------------|----------|----------|
| 61,85          | 62,40          | 0,10     | 0,08     | 61,82          | 61,85          | 0,13     | 0,06     |
| 61,45          | 61,40          | 0,06     | 0,02     | 61,88          | 61,79          | 0,11     | 0,03     |
| 64,19          | 64,88          | 0,11     | 0,03     | 64,28          | 64,20          | 0,14     | 0,09     |
| 42,20          | 42,23          | 0,11     | 0,12     | 42,18          | 42,18          | 0,02     | 0,09     |
| 61,19          | 61,35          | 0,07     | 0,09     | 61,28          | 61,18          | 0,10     | 0,08     |
| 64,72          | 64,64          | 0,03     | 0,08     | 64,67          | 64,75          | 0,07     | 0,02     |
| 44,56          | 44,58          | 0,02     | 0,01     | 44,59          | 44,79          | 0,08     | 0,00     |
| 63,24          | 63,09          | 0,04     | 0,08     | 63,17          | 63,25          | 0,04     | 0,08     |
| 66,26          | 66,18          | 0,08     | 0,08     | 66,18          | 66,06          | 0,08     | 0,01     |
| 44,93          | 45,11          | 0,06     | 0,08     | 44,93          | 44,94          | 0,10     | 0,11     |
| Suma           |                | 0,68     | 0,67     | Suma           |                | 0,87     | 0,57     |

## 7.10. RESOLUCIÓN NORMA ISO3085:2002

Tabla 34. Análisis de media y rango a muestras duplicadas.

| $\bar{X}_1$ | $R_1$ | $\bar{X}_2$ | $R_2$ |
|-------------|-------|-------------|-------|
| 62,13       | -     | 61,83       | 0,04  |
| 61,43       | 0,05  | 61,83       | 0,09  |
| 64,53       | -     | 64,24       | 0,09  |
| 42,21       | 0,04  | 42,18       | 0,01  |
| 61,27       | 0,16  | 61,23       | 0,10  |
| 64,68       | 0,08  | 64,71       | 0,09  |
| 44,57       | 0,02  | 44,69       | 0,20  |
| 63,17       | 0,15  | 63,21       | 0,08  |
| 66,22       | 0,08  | 66,12       | 0,13  |
| 45,02       | 0,18  | 44,93       | 0,01  |
| Suma        | 0,74  | Suma        | 0,81  |

Tabla 35. Análisis de media y rango a muestras brutas.

| $\bar{X}$ | $R_3$ |
|-----------|-------|
| 61,98     | 0,29  |
| 61,63     | 0,41  |
| 64,38     | 0,29  |
| 42,20     | 0,04  |
| 61,25     | 0,03  |
| 64,69     | 0,03  |
| 44,63     | 0,12  |
| 63,19     | 0,05  |
| 66,17     | 0,10  |
| 44,98     | 0,09  |
| Suma      | 1,45  |



## 7.11. RMSE predicción y validación por metodología para cada índice metalúrgico

**Tabla 36. RMSE predicción y validación para índice de enriquecimiento por escenario analizado.**

| METODOLOGÍA                | RMSE PREDICCIÓN |        |          |        | RMSE VALIDACIÓN |        |          |        |
|----------------------------|-----------------|--------|----------|--------|-----------------|--------|----------|--------|
|                            | C1-70/30        | C1-100 | C2-70/30 | C2-100 | C1-70/30        | C1-100 | C2-70/30 | C2-100 |
| Predicción lineal múltiple | 0,009           | 0,009  | 0,009    | 0,009  | 0,029           | 0,029  | 0,014    | 0,014  |
| Árbol de decisión          | 0,008           | 0,005  | 0,008    | 0,008  | 0,013           | 0,014  | 0,023    | 0,022  |
| Poda árbol de decisión     | 0,008           | 0,006  | 0,008    | 0,008  | 0,014           | 0,015  | 0,023    | 0,019  |
| Bagging                    | 0,008           | 0,003  | 0,013    | 0,005  | 0,017           | 0,018  | 0,025    | 0,022  |
| Random forest              | 0,008           | 0,003  | 0,011    | 0,005  | 0,017           | 0,020  | 0,023    | 0,021  |
| Boosting                   | 0,008           | 0,001  | 0,012    | 0,004  | 0,017           | 0,015  | 0,025    | 0,020  |

**Tabla 37. RMSE predicción y validación para razón de concentración por escenario analizado.**

| METODOLOGÍA                | RMSE PREDICCIÓN |        |          |        | RMSE VALIDACIÓN |        |          |        |
|----------------------------|-----------------|--------|----------|--------|-----------------|--------|----------|--------|
|                            | C1-70/30        | C1-100 | C2-70/30 | C2-100 | C1-70/30        | C1-100 | C2-70/30 | C2-100 |
| Predicción lineal múltiple | 0,123           | 0,123  | 0,037    | 0,037  | 0,009           | 0,009  | 0,110    | 0,110  |
| Árbol de decisión          | 0,039           | 0,023  | 0,044    | 0,026  | 0,152           | 0,135  | 0,068    | 0,122  |
| Poda árbol de decisión     | 0,040           | 0,025  | 0,046    | 0,027  | 0,152           | 0,146  | 0,064    | 0,118  |
| Bagging                    | 0,039           | 0,015  | 0,044    | 0,017  | 0,117           | 0,114  | 0,094    | 0,091  |
| Random forest              | 0,041           | 0,014  | 0,049    | 0,018  | 0,111           | 0,091  | 0,102    | 0,086  |
| Boosting                   | 0,034           | 0,007  | 0,046    | 0,003  | 0,098           | 0,092  | 0,095    | 0,080  |

## 7.11. RMSE predicción y validación por metodología para cada índice metalúrgico

**Tabla 38. RMSE predicción y validación para recuperación metalúrgica por escenario analizado.**

| METODOLOGÍA                | RMSE PREDICCIÓN |        |          |        | RMSE VALIDACIÓN |        |          |        |
|----------------------------|-----------------|--------|----------|--------|-----------------|--------|----------|--------|
|                            | C1-70/30        | C1-100 | C2-70/30 | C2-100 | C1-70/30        | C1-100 | C2-70/30 | C2-100 |
| Predicción lineal múltiple | 0,617%          | 0,617% | 2,166%   | 2,166% | 3,23%           | 3,23%  | 6,86%    | 6,86%  |
| Árbol de decisión          | 2,667%          | 1,460% | 2,963%   | 1,520% | 8,68%           | 8,01%  | 6,23%    | 5,94%  |
| Poda árbol de decisión     | 2,670%          | 2,623% | 2,874%   | 2,115% | 8,67%           | 8,40%  | 6,24%    | 3,61%  |
| Bagging                    | 2,156%          | 0,867% | 2,477%   | 0,972% | 5,39%           | 5,71%  | 5,17%    | 4,28%  |
| Random forest              | 2,346%          | 0,937% | 2,639%   | 1,084% | 6,72%           | 5,49%  | 6,03%    | 5,13%  |
| Boosting                   | 2,095%          | 0,064% | 2,829%   | 0,603% | 4,89%           | 5,41%  | 5,80%    | 4,26%  |

**Tabla 39. RMSE predicción y validación para recuperación en peso por escenario analizado.**

| METODOLOGÍA                | RMSE PREDICCIÓN |        |          |        | RMSE VALIDACIÓN |        |          |        |
|----------------------------|-----------------|--------|----------|--------|-----------------|--------|----------|--------|
|                            | C1-70/30        | C1-100 | C2-70/30 | C2-100 | C1-70/30        | C1-100 | C2-70/30 | C2-100 |
| Predicción lineal múltiple | 0,301%          | 0,301% | 2,986%   | 2,986% | 0,23%           | 0,23%  | 8,90%    | 8,90%  |
| Árbol de decisión          | 2,762%          | 1,720% | 3,275%   | 1,997% | 11,62%          | 10,48% | 5,48%    | 9,51%  |
| Poda árbol de decisión     | 2,909%          | 2,474% | 3,404%   | 2,417% | 11,63%          | 11,24% | 5,14%    | 9,42%  |
| Bagging                    | 3,004%          | 1,059% | 3,311%   | 1,257% | 8,90%           | 8,44%  | 7,32%    | 6,75%  |
| Random forest              | 3,113%          | 1,083% | 3,576%   | 1,407% | 9,05%           | 7,32%  | 7,84%    | 6,66%  |
| Boosting                   | 2,444%          | 0,051% | 3,527%   | 0,763% | 7,22%           | 6,76%  | 7,56%    | 6,06%  |



joseignaciocortes07@gmail.com



(+56) 9 75154065



<https://www.linkedin.com/in/joseignaciocortessepulveda/>

**GRACIAS POR SU ATENCIÓN**